

2745.

3-

ZDZISŁAW JASTRZĘBSKI

OCENIENIE LASU I STATYKA LEŚNA

WYDANIE TRZECIE,
PRZEJRZANE I POPRAWIONE.



WYDAWNICTWO KSIĄŻNICY NAUKOWEJ
W PRZEMYSŁU.

J. Kosiński

ZDZISŁAW JASTRZĘBSKI

OCENIENIE LASU I STATYKA LEŚNA

WYDANIE TRZECIE,
PRZEJRZANE I POPRAWIONE.



WYDAWNICTWO KSIĄŻNICY NAUKOWEJ
W PRZEMYSŁU.

Nr inwent. 2745.



634

OCENIENIE LASU

STATYKA

LEŚNA

WYDANIE TRZECIE
PRZEBRANE I POPRAWIONE



Państwo Polskie

WYDAWNICTWO KSIĄŻEK I NAUKOWEJ

W PRZEMYSŁU

CZCIONKAMI DRUKARNI JÓZEFA STYFIEGO W PRZEMYSŁU.

*W Panu Zygmuntowni Demianowskiemu profesorowi
memu tego przedmiotu w krajowej wyższej szkole gospo-
darstwa lasowego we Lwowie w dowód szacunku pracę
tę poświęcam*

Autor.

PRZEDMOWA.

Stosując się do wskazówek, umieszczonych w krytyce pierwszego wydania ocenienia lasu (Sylvan z r. 1907), przeglądałem dokładnie pierwsze wydanie i znalezione w niem braki i błędy starałem się ile możności usunąć przez sprostowania i dodanie licznych przykładów obliczeń wartości pieniężnej kapitałów w gospodarstwie leśnem czynnych.

Ponieważ teoria ocenienia lasu Hönlingera w niektórych założeniach różni się od założeń dawnych teorii, poświęciłem więc rozbirowi teorii Hönlingera więcej pracy.

Wydanie niniejsze podzieliłem na trzy części a mianowicie:

Część I-szą Traktującą o teorii obliczania wartości kapitałów w gospodarstwie leśnem czynnych;

Część II-gą. Podającą sposoby praktycznego zastosowania teorytycznych prawideł i wzorów, z licznymi przykładami;

Część III-cią. Traktującą o niektórych zagadnieniach ze statyki leśnej.

Jakkolwiek opracowane w III-ciej części zagadnienia nie wchodzą w zakres nauki ocenienia lasu, jednakowoż mogą znaleźć praktyczne zastosowanie w urzędzeniu lasu.

Wogóle starałem się niniejszy podręcznik tak ułożyć ażeby mógł posłużyć do nauki ocenienia lasu, jakoteż by oddał dobrą usługę w praktyce.

Podręczniki, którymi posługiwałem się przy pisaniu tego drugiego wydania są:

W pierwszym rzędzie wykłady prof. Demianowskiego w krajowej wyższej szkole gospodarstwa lasowego we Lwowie, których skrypta odnalazłem w mojej bibliotece i które mam w przechowaniu do tej pory.

VI.

M. R. Pressler. Forstfinanzrechnung;

Dr. G. Hayer. Anleitung zur Waldwertrechnung;

Dr. J. Baur. Handbuch der Waldwertrechnung;

Dr. J. Judeich. Die Forstenrichtung;

G. Kraft. Beiträge zur forstlichen Statik und Waldwertrechnung;

Dr. H. Stötzer. Waldwertrechnung und forstliche Statik;

Fr. Riebel. Waldwertrechnung und Schätzung von Liegenschaften;

Endres. Lehrbuch der Waldwertrechnung und forstlichen Statik;

H. Hönlinger. Waldwertrechnung und forstliche Statik des jährlich nachhaltigen Betriebes.

Dla oznaczenia przyjętych w rachunku, wyrazów użyłem ile możliwości polskich liter początkowych, a mianowicie:

Dk = Dochód główny w wieku rębności;

Ta, Tb, Tc = Trzebieże w roku $a, b, c...$;

n = dochody uboczne;

N = kapitał dochodów ubocznych = skapitalizowane dochody uboczne;

u = koszt uprawy lasu;

z = koszt zarządu, podatki i t. p.

Z = kapitał zarządu;

G = wartość gruntu;

Nz = zapas normalny;

L = wartość lasu;

Wd = wartość drzewostanu;

k = kolej;

R = renta okresowa;

r = renta roczna i t. p.

Czy, pisząc trzecie wydanie ocenienia lasu odpowiedziałem w zupełności wskazówkom, umieszczonym w krytyce drugiego wydania, to niechaj moi Koledzy po zawodzie raczą łaskawie osądzić. Przewodnią moją myślą było, przystępując do napisania drugiego wydania — podać nietylko suche prawidła o ocenianiu wartości kapitałów w gospodarstwie leśnym czynnych, lecz również zaznajomić moich Kolegów z rozwojem tej nauki, podając różne teorie i sposoby obliczania wartości

tych kapitałów, różnych autorów niemieckich i mniej lub więcej wykazać użyteczność tych teorii i sposobów obliczania.

Kończąc moją przedmowę mam niepłonną nadzieję, iż nasze polskie leśnictwo a z niem i nasza polska literatura leśna zakwitnie, i stanie, może nawet w niedalekiej przyszłości, na tej wyżynie, na jakiej stoi leśnictwo i literatura leśna francuska i niemiecka.

Do dziś — nie mogła się nasza literatura leśna rozwinąć. Nie było bowiem polskiej akademii leśnej, a panowie leśnicy z ukończoną akademią leśną we Wiedniu, niewiem z jakiej przyczyny — z wyjątkiem kilku, niechętnie brali za pióro ażeby coś napisać!

Jedyna polska wyższa szkoła leśnicza we Lwowie, jakkolwiek wykształciła cały szereg zdolnych praktycznych leśników, jednakowoż poziom nauki nie był taki, ażeby który z nich mógł oprócz praktycznego zajęcia, pracować literacko.

Dziś, kiedy Polska skruszyła okowy i stworzyła trzy akademie leśne, już samą siłą faktu nasza polska leśna literatura musi pójść naprzód i stanąć wysoko.

Pisałem w Obertynie i Przemyślu podczas wojny światowej w r. 1915, 1916 i 1917, a przeglądałem i do druku przygotowałem w Przemyślu 1921 r.

Jastrzębski.

Przedmowa do 3-go wydania.

Przychylne przyjęcie mojej pracy przez leśników świadczy wymownie o jej użyteczności.

Ponieważ wiem iż w książce znajdowało się dużo braków i omyłek drukarskich, starałem się te braki i omyłki usunąć i dziełko to znacznie rozszerzyć.

Przemyśl, 1922 r.

Jastrzębski.

SPIS RZECZY.

	Str.
Przedmowa.	
1. Wstęp	1
Niektóre pojęcia z ekonomji społecznej	1
Wytwór	2
Kapitał i majątek	2
Grunt i ziemia	3
Przychód i dochód	3
Renta gruntowa	4
Prowizja, procent, stopa procenta	4
Stopa procentowa leśna	5
2. Znaczenie oceniania lasu w nauce leśnictwa	7

Część I. Teoretyczna.

A) Matematyka zastosowana.

1. Szeregi	13
Szeregi arytmetyczne	13
Sumowanie szeregu arytmetycznego	14
Szeregi geometryczne	14
Sumowanie szeregów geometrycznych	15
Szereg rosnący, skończony	15
„ malejący „	15
„ „ nieskończony	15
2. Rachunek procentu zwyczajnego i składanego	16
Obliczanie procentu zwyczajnego	16
Obliczanie wartości kapitału na procencie składanym	17
Doprocentowanie i odprocentowanie kapitałów	17

X

Obliczanie wartości doprocentowej kapitału . . .	17
Obliczanie wartości odprocentowej kapitału . . .	18
„ innych wartości . . .	18
„ narosłego procentu . . .	20
3. Rachunek rent.	
Sumowanie wartości końcowych rent . . .	21
Renta roczna, skończona, wpływająca z góry . . .	21
„ „ „ „ z dołu . . .	21
„ okresowa „ „ z góry . . .	22
„ „ „ „ z dołu . . .	23
Sumowanie wartości początkowych rent . . .	24
Renta roczna, skończona, wpływająca z dołu . . .	24
„ „ wieczysta, „ „ . . .	25
„ okresowa skończona, „ „ . . .	26
„ „ wieczysta, „ „ . . .	27
„ „ „ „ z góry . . .	30
Zamiana renty okresowej na rentę roczną . . .	30
Połączenie rachunku procentu składanego z rachunkiem rent . . .	31
Ratalne umarzanie kapitału . . .	32
B) Obliczanie wartości gruntu, drzewostanów i lasu.	
1. Obliczanie wartości gruntu.	
a) Wartość według rentowności . . .	33
Dla lasów pozostających w zagospodarowaniu okresami i zrębami czystymi . . .	33
Obliczanie wartości początkowych dochodów . . .	34
Dochód główny . . .	34
Dochody pośrednie, (międzyrębne) . . .	35
Czyszczenie i trzebieże . . .	35
Dochody uboczne . . .	37
Zbieranie trawy, malin, grzybów i t. p. . .	37
„ ściółki i nasion . . .	38
Obliczanie wartości początkowych wydatków . . .	38
Koszta uprawy . . .	38
„ zarządu i podatków . . .	38
„ sprzętu . . .	39
Wzór dla obliczenia wartości gruntu według rentowności . . .	39
Dla lasów zagospodarowanych zrębami częściowymi . . .	41

Obliczenie wartości gruntu według:

F. Baura	42
F. Riebla	44
Martineita	45
Stöttera	47
Hönlingera	50
Okoliczności, wpływające na wysokość wartości gruntu według rentowności	56
Rodzaj drzewa i sposób gospodarowania	57
Wysokość koleji	57
Stopa procentowa, przyjęta w rachunku	58
Czas, w którym dochody pośrednie i uboczne wpływają	59
Koszta zarządu	60
„ uprawy	61
b) Wartość według wyłożonych kosztów	62
c) „ sprzedażna (targowa)	63
2) Obliczanie wartości drzewostanów.	
a) Wartość spodziewana	63
Obliczenie wartości początkowych dochodów	64
Dochód główny w wieku rębności	64
Dochody pośrednie	64
Obliczanie wartości początkowych rozchodów	65
Renta gruntowa	65
Koszta zarządu	66
Wzór dla obliczenia wartości spodziewanej drze- wostanów	66
b) Wartość według wyłożonych kosztów	68
Obliczanie wydatków	68
Renta gruntowa	68
Koszta zarządu	68
„ uprawy	69
Obliczanie dochodów	69
Wzór dla obliczenia wartości drzewostanów według wyłożonych kosztów	69
Stosunek między spodziewaną wartością drzewosta- nów a wartością według wyłożonych kosztów	71
c) Wartość sprzedażna (targowa)	72

XII

Obliczanie wartości drzewostanów według rentowności	72
Według teorii Hönlingera	72
„ przeciętnego dochodu	73
„ Martineita	74
Wartość jednorocznego lub kilkuletniego przyrostu	76
3) Obliczanie wartości zapasu normalnego	76
a) Wartość spodziewana	77
Wzór dla obliczenia wartości spodziewanej drzewostanów	80
b) Wartość według wyłożonych kosztów	82
c) Wartość według rentowności	83
„ „ Hönlingera	84
4) Obliczanie wartości lasu.	85
a) Wartość spodziewana	85
b) „ według wyłożonych kosztów	87
c) „ „ rentowności	88
d) „ sprzedażna	90

Część II. Praktyczne zastosowanie.

Przykłady.

Obliczanie wartości doprocentowej kapitału	93
„ narosłego procentu, składanego	93
„ wartości odprocentowej kapitału	94
„ procentu i okresu oprocentowania	95
„ wartości końcowej rent	95
Renta roczna skończona	95
„ okresowa „	96
Obliczanie wartości początkowej rent	97
Renta roczna skończona	97
„ okresowa „	98
Zamiana renty okresowej na rentę roczną	100
Połączenie rachunku rentowego i rachunku procentu składanego	101
Obliczanie wartości gruntu	102
Wartość według rentowności	102
Według Hönlingera	103
Wartość według wyłożonych kosztów	105

Obliczanie wartości drzewostanów	106
Wartość spodziewana	106
„ według wyłożonych kosztów	108
Według Martineita	101
Wartość według Hönlingera	111
Obliczanie wartości zapasu normalnego	111
„ „ lasu danego wieku	112
„ „ „ według rentowności	113
„ odszkodowania za lasy na cele publiczne w drodze wyłączenia odstąpić się mające	113
Obliczenie odszkodowania za wykupno służebności	120
„ „ przy wyłączeniach	120
Według Hönlingera	124

Część III. Statyka leśna.

Bieżące roczne oprocentowanie kapitałów czynnych w gospodarstwie leśnem	131
Obliczenie bieżącego oprocentowania według Pres- slera procentu wskazującego	134
Procent wskazujący według Kraftha	135
„ „ „ Hönlingera	136
Zastosowanie procentu wskazującego	137
Ustanowienie kolei leśnej	137
Kolej finansowa, albo kolej najwyższej renty grun- towej	138
Obliczenie wysokości kolei finansowej na podsta- wie procentu wskazującego	140
Obliczenie wysokości kolei leśnej na podstawie czystego dochodu z lasu	141
Stosunek między rentą gruntową a lasową	142
Ustanowienie najodpowiedniejszego rodzaju drzewa	144
Obliczenie najrentowniejszego sposobu gospodaro- wania	145



SPROSTOWANIE OMYŁEK.

Str.	wiersz	8	od góry	zamiast	obrotowymi	ma być	obrotowymi
3		9	od dołu	„	dtzewa	„	drzewa
8	„	8	„	„	$10^n - 1$	„	$(1'0p^n - 1)$
21	„	3	„	„	$1'0p(n-2m)$	„	$1'0p(n-2)m$
23	„	2	od góry	„	$\left(\frac{1'0p^n - 1}{1'0p^n - 1'0p}\right)$	„	$\left(\frac{1'0p^n - 1}{1'0p^n - 1'0p^n}\right)$
25	„	3	„	„	$\frac{1'0p^n - 1}{1'0p}$	„	$\frac{1'0p^n - 1}{1'0p}$
30	„	4	od dołu	„	Zamian	„	Zamiana
42	„	14	„	„	mam	„	nam
54	„	1	od góry	„	T	„	Ta
54	„	3	„	„	podstaniej	„	podstawia
54	„	4	„	„	pierwsze	„	pierwszej
59	„	7	„	„	dla	„	dla
59	„	8	„	„	36	„	3'6
61	„	8	„	„	3333	„	33'33
62	„	10	„	„	nn	„	na
69	„	8	od dołu	„	$(G+Z)(1'0p^m)$	„	$(G+Z)(1'0p^m-1) + u.1'0p^m$
94	„	2	„	„	Wp	„	Mp.
96	„	10	od góry	„	za	„	z
96	„	18	„	„	1'0354	„	1'035.4

WSTĘP.

1. NIEKTÓRE POJĘCIA Z EKONOMII SPOŁECZNEJ.

Gospodarstwo i gospodarowanie.

Gospodarstwem w znaczeniu przedmiotowym nazywamy zapas wytworów, jakimi rozporządzać może gospodarząca jednostka, w celu wydobywania z nich dochodów. W znaczeniu podmiotowym rozumiemy sumę działań tej jednostki, skierowanych ku wydobywaniu z gospodarstwa jak największych dochodów.

Jednostką tą, w znaczeniu podmiotowym pojętą, może być człowiek, żyjący dla siebie oddzielnie; związki ludzi jako spółki, stowarzyszenia, i t. p.; lub tak zwane osoby prawne, którym prawo przyznaje osobowość a z nią odrębny byt prawny i ekonomiczny. Są to korporacje prywatne i publiczne, i fundacje.

Sumę działań człowieka, skierowanych ku wydobywaniu z gospodarstwa jak największych dochodów, nazywamy także gospodarowaniem.

Gospodarowanie będzie wówczas rządne, jeżeli przy możliwie najmniejszych wkładach wydobędziemy możliwie jak największe dochody.

Gospodarstwo stosownie do tego jakie wytwory produkuje, podzielić możemy na gospodarstwo wiejskie, rolne i leśne, przemysł i handel.

Jakkolwiek handel w ścisłym słowa znaczeniu nie jest gospodarstwem, gdyż nic nie wytwarza, pośrednicząc jednak w obrocie wytworów, wspiera w znacznej mierze wytwórczość gospodarstw przez ułatwienie zbytu wytworzonych przez gospodarstwo płodów.

W każdym gospodarstwie muszą współdziałać trzy czynniki, mianowicie: przyroda, kapitał i praca.

Przyroda o tyle w gospodarstwie jest czynną, o ile dostarcza nam płodów surowych; kapitał pieniężny, który wspiera produkcję i bez którego żadna produkcja pomyśleć się nie da; w końcu praca, która jest właściwą siłą wytwórczą i wpływa w znacznej mierze na wysokość ceny danego wytworu.

Wytwór.

Wytworem (dobrem) nazywamy wszystko, co służy bądź pośrednio bądź bezpośrednio do zaspokojenia potrzeb człowieka. W pierwszym wypadku bywają wytwory pożytkowane, to znaczy, iż istota ich z gospodarstwa nie znika; w drugim zaś wypadku użytkowane, to znaczy, że istota ich znika zupełnie z naszego gospodarstwa.

Kapitał a majątek.

Kapitałem nazywamy zapas nagromadzonych wytworów, służących dalszej produkcji.

Majątkiem zowiemy również zapas nagromadzonych wytworów, przeznaczeniem których atoli jest utrzymanie swego właściciela bądź w zupełności bądź też w części.

Jak z powyższych definicji widzimy, kapitał i majątek nie różnią się w niczem co do swej istoty, różnią się natomiast zasadniczo co do swego przeznaczenia.

W następstwie zajmować się będziemy tylko kapitałami.

Kapitały mogą być w produkcji w dwojaki sposób czynne; mogą być pożytkowane lub użytkowane.

Kapitały pożytkowane są te, które służąc produkcji nie zmieniają swej istoty; zowiemy je także kapitałami stałymi lub zakładowymi.

Kapitały użytkowane są te, które zmieniając swą istotę, z gospodarstwa zupełnie znikają.

Takie kapitały zowiemy obrotowymi.

Zapas normalny w lasach, zagospodarowanych trwale, stanowi kapitał zakładowy, gdyż służy dalszej produkcji swoim

przyrostem. Skoro jednak zostanie wycięty i spieniężony, wówczas staje się kapitałem obrotowym.

Niemniej jako kapitał obrotowy uważać możemy wszystkie plody leśne, w szczególności pożytek główny w wieku rębności, który, jako wytwór gruntu i zapasu normalnego co roku może być pobrany. Pożytki z trzebieży i t. p. uboczne jakoteż gotówka do prowadzenia gospodarstwa leśnego, są kapitałami obrotowymi.

Grunt i ziemia.

Jakkolwiek grunt i ziemia jako takie, nie są kapitałami, ponieważ samoistnie nic produkować nie mogą, pomimo to w połączeniu z kapitałem pieniężnym i pracą, są w gospodarstwie leśnym najważniejszym czynnikiem produkcji.

Ziemia, jako wytwór przyrody istnieje w wszechświecie w ograniczonej ilości i ta ilość nie może być pracą ludzką powiększoną; natomiast wydajność ziemi może być rozmaitemi działaniami gospodarczymi do pewnych granic podniesioną a tem samem mogą być podniesione i dochody jakie ona daje.

Przychód i dochód.

Przychodem nazywamy wszelkie wpływy do naszego majątku bez względu jaki skutek wywierają na stan jego.

Dochodem zaś zowiemy wszelkie wpływy do naszego majątku, wywierające dodatni skutek na jego stan, czyli wpływają na jego powiększenie.

Pod dochodem zatem ze stanowiska leśno-gospodarczego rozumieć należy coroczny wynik produkcji leśnej, pozostały po pokryciu kosztów produkcji i utrzymania pracowników, w produkcji leśnej zajętych.

Dochód, obciążony kosztami produkcji, zowiemy dochodem surowym; dochód surowy po strąceniu kosztów produkcji daje nam dochód czysty. Jeżeli z dochodu czystego strącimy koszt utrzymania właściciela, to pozostającą resztę zowiemy dochodem wolnym. Jest to dochód, którym właściciel dowolnie rozporządzać może.

Dochód wolny może być przez właściciela w zupełności zużyty, lub też przyłączony do kapitału celem dalszej produkcji.

Dołączanie dochodu wolnego do kapitału, celem dalszej produkcji, zwiemy kapitalizacją.

Oczywiście iż wysokość dochodu w gospodarstwie leśnem zależną jest w pierwszym rzędzie od dobroci gruntu, na którym hodujemy drzewostany, a w drugim dopiero od rodzaju howanego drzewa.

O intensywności gospodarowania w leśnictwie i mowy nie ma, natomiast możemy podnieść do pewnego stopnia dochody z lasu przez odpowiedni wybór rodzaju drzewa hodować się mającego; wczesne czyszczenie i trzebieenie i t. p. działania gospodarcze.

Stosownie do źródła z jakiego dochody płyną, rozróżniamy dochody pośrednie i dochody bezpośrednie. Jeżeli dochody płyną z obcego gospodarstwa do naszego, nazywamy je dochodami pośrednimi; dochody zaś wypływające wprost z naszego gospodarstwa zwiemy dochodami bezpośrednimi. I tak n. p. procent od wypożyczonych kapitałów pieniężnych, stanowi dochód pośredni; czynsz pobierany za wydierżawione grunta, jest również dochodem pośrednim, te dochody bowiem wpływają z obcych gospodarstw do naszego.

Grunta, pozostające w zagospodarowaniu własnem dają dochody bezpośrednie.

Dochód czysty, wypływający bezpośrednio z gospodarstwa leśnego, zwiemy rentą lasową.

Ponieważ na wytworzenie renty lasowej składa się grunt i zapas normalny, zatem i renta lasowa składa się z renty gruntowej i renty zapasu normalnego.

Renta gruntowa.

Rentą gruntową zwiemy dochód czysty bezpośredni, jakiego nam grunt przynosi.

W ogólności jest renta gruntowa z gruntów, przeznaczonych pod uprawę leśną niższą, aniżeli z gruntów, pozostających pod uprawą rolną. Zjawisko to jednak jest zupełnie naturalne; grunta bowiem, pod uprawą leśną pozostające, są znacznie gorsze aniżeli grunta, przeznaczone pod uprawę rolną. Pomimo to jednak gospodarstwo leśne ma przewagę nad gospodarstwem

rolnem, grunta bowiem liche i w niekorzystnych położeniach się znajdujące, na których o gospodarstwie rolnem ani pomyśleć się nie da, przydzielone gospodarstwu leśnemu są w stanie wydać jaką taką rentę gruntową.

Wysokość bezwzględna renty gruntowej zależną jest od rozmaitych okoliczności i tak, w pierwszej linii od własności fizycznych i chemicznych gleby, od oddalenia lasów od miejsca zbytu i łatwości spieniężenia płodów leśnych, od rodzaju hodowanego drzewa, od wysokości przyjętej kolei leśnej itp. okoliczności.

Wyjątek pod tym względem stanowią tak zwane lasy ochronne i wyłączone. Takie lasy, służące więcej dobru ogólnemu aniżeli swemu właścicielowi, muszą być według ustawy zastrzeżonego sposobu zagospodarowane.

Prowizja, procent, stopa procentowa.

Prowizją zwiemy wynagrodzenie za odstąpienie prawa własności do kapitału pieniężnego na rzecz osób drugih, z zastrzeżeniem późniejszego zwrotu, czyli prowizją zwiemy wynagrodzenie za udzielone drogą kredytu kapitały pieniężne.

Prowizją w odniesieniu do jednostki kapitału, zazwyczaj 100, i jednostki czasu, zazwyczaj jeden rok, zwiemy odsetkiem (procentem) i oznaczamy go literą = p.

Prowizja jest dochodem pośrednim ponieważ nie wypływa wprost z naszego gospodarstwa, jeno wpływa pośrednio z gospodarstwa obcego do naszego.

Stosunek dochodu uzyskanego w jednym roku od kapitału czyto pieniężnego, czyto z gruntu lub zapasu normalnego, czy z lasu, z którego ten dochód płynie, zwiemy stopą procentową.

Jeżeli prowizję od danego kapitału oznaczmy = P; kapitał = K; to iloraz $\frac{P}{K}$ daje nam stopę procentową w odniesieniu do jednostki kapitału.

N. p. $P = 125$; $K = 2500$, to będzie stopa procentowa $\frac{125}{2500} = 0.05$ i mówimy wtedy iż kapitał przynosi nam 5% odsetków.

Procent rozróżniamy dwojaki, pojedynczy i składany.

Procent pobierany co roku, zwiemy procentem pojedynczym; procent zaś doliczany corocznie do kapitału, w celu ażeby w następnym okresie przyniósł nowy procent, zwiemy procentem składanym.

Ten sposób oprocentowania kapitałów w gospodarstwie leśnem czynnych, ma w leśnictwie wielkie zastosowanie.

Stopa procentowa leśna.

Jeżeli wartość lasu, dobrze i trwale zagospodarowanego, oznaczmy $= L$, zaś roczny trwały dochód $= r$, będzie stopa procentowa $p = \frac{r}{L}$.

Z powyższego stosunku $\frac{r}{L}$ widzimy, iż stopa procentowa jest wyrazem rentowności w gospodarstwie leśnem czynnych kapitałów a nadto, iż nie jest ilością stałą, lecz zmienną. I tak n. p. przy wysokich kolejach zwiększa się wprawdzie wartość, maleje jednak dochód a temsamem maleje i procent $= p$ jako wykładnik stosunku $\frac{r}{L}$.

W zasadzie powinnyby się obliczać stopę procentową, przy ocenieniu lasu przyjąć się mającą, na podstawie czystej renty lasowej, ale i to nie bardzo możliwe, gdyż renta lasowa składa się z renty gruntowej i renty zapasu normalnego. Niech nam to przykład udowodni.

Przyjąwszy, iż wartość dochodu głównego w wieku rębności, $D_k = 4620$ mk; wartość zapasu normalnego $Z_n = 69000$ Mk; to obliczymy procent według proporcji $K : P = 100 : p$ z czego $p = \frac{P \cdot 100}{K}$; a ponieważ K składa się z wartości gruntu i wartości zapasu normalnego, otrzymamy; $p = \frac{4620 \cdot 100}{G + 69000}$.

Niestety w tem równaniu są p i G niewiadome i nie może być ono rozwiązane.

Wskutek tych nieomagań przy ustaleniu stopy procentowej — do obliczania wartości kapitałowej gruntu, zapasu normalnego i lasu — po wielkich debatach zgodzono się na przyjęcie wysokości 3%, 2 5/10%, a nawet i 2%.

Stopa procentowa stanowi bardzo ważny czynnik przy obliczaniu wartości pieniężnej kapitałów, w gospodarstwie leśnem czynnych, będąc bowiem wykładnikiem stosunku między rentą a wysokością kapitału, równocześnie ze swą zmianą, powoduje i zmianę wartości tego ostatniego. I tak, skoro procent wzrasta przy tym samym kapitale, wzrasta równocześnie renta, skoro zaś procent wzrasta przy tej samej rencie to maleje kapitał.

Należałoby zatem, jak to już ustalono, przyjąć przy obliczaniu wartości pieniężnej w gospodarstwie leśnem czynnych kapitałów, stopę procentową 2% a najwyżej 3%, tembardziej, iż ta stopa procentowa odpowiada stopie procentowej banku państwowego i pocztowej kasie oszczędności. Takie stosunki panowały do rozpoczęcia wojny. Obecnie wobec spadku naszej marki, przy obliczeniach możemy przyjąć i wyższą stopę procentową, która do dziś jeszcze nie jest ustaloną.

Zresztą przyjąć się mająca stopa procentowa będzie o tyle niższą, o ile wyższą przyjęta będzie kolej w danem gospodarstwie leśnem, wyższą zaś, o ile niższą będzie kolej, lepsze warunki zbytu płodów leśnych i wogóle o ile wyższą będzie renta lasowa.

Wszystkie tu przytoczone twierdzenia będą omówione szczegółowo w następnych rozdziałach.

2. ZNACZENIE OCENIENIA LASU W NAUCE LEŚNICTWA.

Przedewszystkiem na wstępie muszę zaznaczyć, iż nazwa tego działu nauki leśnictwa do tej pory nie została ustaloną.

W krajowej szkole gospodarstwa lasowego we Lwowie, jeszcze za dyrekcji ś. p. Henryka Strzeleckiego nazywano ten dział nauki „Ocenienie lasu”.

W późniejszych rozprawach w tym przedmiocie, n. p. Sylwan roczn. 1907. Str. 202 znajduję wyraz „Nauka szacowania lasów”; w innych zaś, „Nauka obliczania wartości lasu”; „Taksacja lasu” i t. p.

Sprawą ustalenia nazwy tego działu nauki zajmą się nasze przyszłe polskie akademje leśne, lub też komisja wybrana na

jubileuszowem zebraniu leśników w Krakowie do ułożenia polskiego słownictwa leśnego.

Ja przyjąłem za szkołą lasową we Lwowie, nazwę tego działu nauki „Ocenienie lasu“.

Nauka ocenienia lasu zajmuje się obliczaniem wartości pieniężnej kapitałów, w gospodarstwie leśnem czynnych, a więc wartości pieniężnej gruntu, drzewostanów, zapasu normalnego i lasu.

Wogóle nauka ocenienia lasu daje nam możliwość poznania na podstawie obliczeń, rentowność kapitałów w gospodarstwie leśnem czynnych; podaje wskazówki i sposoby podniesienia renty gruntowej i lasowej, a temsamem prowadzenia gospodarki leśnej, tak zwanej finansowej, czyli gospodarki najwyższej renty gruntowej.

Pierwszy impuls do rozwinięcia nauki ocenienia lasu, można śmiało przyjąć, dała, wydana dekretem autryackiej, kancelarii nadwornej w roku 1788, tak zwana austriacka taksa kame-ralna. Rozporządzenie to przypisywało ocenienie wartości lasu a więc gruntu łącznie z drzewostanem na podstawie wartości pieniężnej dochodu normalnego, po strąceniu cyfry opłacanych podatków i kosztów administracji. Tak więc obliczony czysty dochód normalny z lasu, skapitalizowany według stopy 5^o/_o-wej, przedstawiał normalną wartość lasu. Zapas normalny obliczano na podstawie przyrostu przeciętnego w wieku rębności. Nadto przypisywało powyż powołane rozporządzenie iż, skoro zapas rzeczywisty był w danym lesie mniejszy aniżeli normalny, należało wartość lasu o wartość tej różnicy zmniejszyć, w przeciwnym razie zwiększyć.

Przytoczyłem tu rozporządzenie austr. kanc. nadwornej trochę dokładniej ażeby wykazać, iż już u schyłku 18-go stulecia wyłoniła się myśl, że regulatorem wartości lasu, a więc gruntu i drzewostanu, jest zapas dtzewa na pniu, czyli zapas rzeczywisty i oczywiście od tego zapasu zależny czysty roczny dochód z lasu.

Pomijam tu autorów jak Hosfeld, Hartig i t. d., którzy swojemi dziełami o taksacji lasów, nie przyczynili się do rozwoju nauki ocenienia.

Dopiero G. König w swem dziele „Anleitung zur Holztaksation“ — wydanem w roku 1836, wprowadzając do nauki ocenienia lasu rachunek procentu składanego i rachunek rent,

rozwinął teorię tej nauki i słusznie jako pierwszy jej założyciel może być uważany.

W następstwie rozwinął się spór między uczonymi w leśnictwie, a chodziło głównie o oznaczenie wysokości procentu, jakiby w rachubę przyjąć należało, gdyż wzory matematyczne, jakkolwiek pod względem teoretycznym nadzwyczaj subtelnie zbudowane, nie dawały przecież zadawalających wyników. Radzono więc użycie do obliczeń procentów średnio arytmetycznych, aż w końcu zgodzono się na przyjęcie w rachubę stopy procentowej 3% przy kolejach krótszych, 2,5% przy kolajach dłuższych.

Wprawdzie w roku 1859 wystąpił profesor akademii leśnej w Tarandzie, M. R. Pressler ze swem epokowem dziełem „Der rationelle Waldwirth“ — praca ta jednak dotyczyła więcej finansowej gospodarki leśnej aniżeli ocenienia lasu.

Dopiero w roku 1865, prof. leśnictwa Dr. G. Hayer, ujął tę naukę w pewien system i tem samem założył podwaliny do jej rozwoju do tego stopnia, na jakim ona dzisiaj stoi.

Wszyscy autorowie bez wyjątku oparli swoją naukę i budowali wzory ocenienia lasu, wychodząc z założenia iż każdy członek szeregu mas lasu normalnego, jakkolwiek stanowi nierozzerwalną całość danego obrębu gospodarczego, musi być uważany jakoby pozostawał w zagospodarowaniu przerywanem, gdzie okres przerwy równa się przyjętej kolei.

Przeciwko temu założeniu wystąpił w roku 1906 w swem dziele „Waldwertrechnung und forstliche Statik des jährlich nachhaltigen Betriebes“, Hans Hönlinger, stawiając nową teorię. Twierdzi on mianowicie iż w lesie, zagospodarowanym trwale, ostatni, tj. najstarszy członek szeregu mas lasu, jako przedstawiciel rocznego przyrostu lasu, powinien swoim dochodem pokryć wszystkie roczne bieżące wydatki.

O ile ocenienie lasu ważną odgrywa rolę w nauce leśnictwa, przekonano się dzisiaj przy szacowaniu szkód i świadczeń wojennych, przy których pracach nauka ta musiała być w całej pełni zastosowaną.

Ustawy austriackie polecają zastosowanie zasad nauki ocenienia lasów — przy szacowaniach do celów egzekucyjnych i konkurencyjnych, jak i przy wywłaszczeniach.

CZĘŚĆ I.

TEORETYCZNA.

A. MATEMATYKA ZASTOSOWANA.

I. Szeregi.

Liczby, następujące po sobie według pewnego pravidła nazywamy szeregiem, także postępem.

Każdą poszczególną z tych liczb nazywamy wyrazem szeregu, zaś liczbę, wskazującą miejsce, które każdy poszczególny wyraz zajmuje, wskaźnikiem.

Szereg może być rosnącym lub malejącym. Rosnącym zowiemy szereg, którego następujące po sobie wyrazy są coraz większe; malejącym zaś, jeżeli wyrazy po sobie następujące są coraz mniejsze. Nadto szereg może być skończony, lub nieskończony, według tego, czy ilość wyrazów jest ograniczoną lub nie.

Szeregów rozróżniamy dwa rodzaje; arytmetyczne i geometryczne.

Szeregi arytmetyczne.

Szeregiem arytmetycznym zowiemy szereg liczb, w którym różnica pomiędzy liczbami po sobie następującymi jest ilością stałą.

Tą stałą różnicę szeregu nazywamy krótko *różnicą*.

Ta różnica może być albo liczbą dodatnią lub też odjemną. W pierwszym wypadku powstaje szereg rosnący, w drugim malejący.

N. p. 4, 8, 12, 16, 20 — ... jest szeregiem rosnącym, a jego różnica = + 4, zaś

20, 16, 12, 8, 4, 0, jest szeregiem malejącym, a jego różnica = — 4.

Sumowanie szeregu arytmetycznego.

Jeżeli poszczególne wyrazy szeregu arytmetycznego oznaczmy przez $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$, ilość tych wyrazów przez n ; a różnicę przez d , otrzymamy:

$S_n = a_1 + (a_1 + d) + (a_1 + 2d) + \dots + (a_n - 2d) + (a_n - d) + a_n$
odwróciwszy powyższy szereg, co jego wartości nie zmieni, otrzymamy:

$$S_n = a_n + (a_n - d) + (a_n - 2d) + \dots + (a_1 + 2d) + (a_1 + d) + a_1.$$

Dodawszy szereg pierwszy do drugiego, otrzymamy:

$$S_n = a_1 + (a_1 + d) + (a_1 + 2d) + \dots + (a_n - 2d) + (a_n - d) + a_n$$

$$S_n = a_n + (a_n - d) + (a_n - 2d) + \dots + (a_1 + 2d) + (a_1 + d) + a_1$$

$$= 2 S_n = (a_1 + a_n) + (a_1 + a_n) + \dots + (a_1 + a_n) + (a_1 + a_n).$$

Z powyższego rachunku widzimy iż wyraz $(a_1 + a_n)$ występuje jako dodatek tyle razy, ile wyrazów liczy szereg; będzie zatem.

$$2 S_n = n \cdot (a_1 + a_n), \text{ z czego}$$

$$S_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n).$$

Sumę zatem ilukolwiek wyrazów szeregu arytmetycznego, tak rosnącego jak i malejącego otrzymamy, jeżeli sumę wyrazu pierwszego i ostatniego pomnożymy przez połowę ilości wyrazów.

Szeregi arytmetyczne znajdują większe zastosowanie w urządzeniu lasu, zaś bardzo małe albo wcale żadne w ocenie.

Szeregi geometryczne.

Szeregiem geometrycznym zwiemy szereg, w którym wyraz następujący równa się iloczynowi wyrazu poprzedzającego i pewnej stałej liczby.

Tę stałą liczbę nazywamy ilorazem szeregu geometrycznego.

Jeżeli iloraz szeregu geometrycznego jest większy od jednostki, nazywamy go rosnącym; malejącym zaś będzie szereg jeżeli iloraz jest liczbą mniejszą od jednostki.

N. p. 3, 6, 12, 24, ... tworzą szereg geometryczny rosnący, którego ilorazem jest 2, liczby zaś $3, \frac{9}{4}, \frac{27}{16}, \frac{81}{64}, \dots$ tworzą szereg geometryczny malejący, którego ilorazem jest $\frac{3}{4}$.

Jeżeli liczba wyrazów danego szeregu jest ograniczoną, nazywamy go skończonym, w przeciwnym razie nieskończonym.

Z szeregów nieskończonych znajdują zastosowanie w ocenie lasu tylko szeregi malejące.

Sumowanie szeregów geometrycznych.

Szereg rosnący, skończony.

Jeżeli sumę szeregu oznaczmy przez S ; wyraz $= a$; iloraz q ; a ilość wyrazów $= n$, to szereg geometryczny przedstawi się następująco:

$a, aq, aq^2, aq^3 \dots aq^n$, a suma tych wyrazów będzie:

$S = a + aq + aq^2 + aq^3 + \dots + aq^{n-2} + aq^{n-1}$; pomnoższy to równanie przez q , co jego wartości nie zmieni, otrzymamy:

$$Sq = aq + aq^2 + aq^3 + \dots + aq^{n-1} + aq^n.$$

Jeżeli odejmiemy pierwsze równanie od drugiego, otrzymamy:

$$\begin{array}{r} Sq = aq + aq^2 + aq^3 + \dots + aq^{n-1} + aq^n \\ - S = -a - aq - aq^2 - aq^3 - \dots - aq^{n-1} \end{array} \quad \text{zatem różnica}$$

$$Sq - S = -a + aq^n = aq^n - a =$$

$$S(q - 1) = a \cdot (q^n - 1) =$$

$$S = \frac{a \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$$

Końcowe równanie daje nam wzór dla sumowania szeregu geometrycznego, rosnącego, skończonego.

Szereg malejący, skończony.

Ponieważ w szeregu malejącym, skończonym iloraz q jest mniejszy od jedności, zatem tak licznik jak i mianownik wzoru

$$S = \frac{a(q^n - 1)}{q - 1}$$

musiałyby być liczbami ujemnymi, skoro zatem pomnożymy tak licznik jak i mianownik przez -1 otrzymamy:

$$S = \frac{a(1 - q^n)}{1 - q},$$

jako wzór dla sumy szeregu malejącego, skończonego.

Szereg malejący, nieskończony.

W szeregu malejącym, nieskończonym, ilość wyrazów $n = \infty$, a ponieważ iloraz q , który jest mniejszy od jedności,

a zatem ułamkiem właściwym, który podniesiony do potęgi ∞ równa się 0, otrzymamy z wzoru

$$S = \frac{a(1 - q^n)}{1 - q} = \frac{a(1 - 0)}{1 - q} = \frac{a}{1 - q} \text{ jako wzór}$$

dla sumowania szeregu malejącego, nieskończonego.

2. Rachunek procentu zwyczajnego i składanego.

Procentem, albo odsetkiem zwiemy prowizję, odnoszącą się do jednostki kapitału, zazwyczaj 100, i jednostki czasu, zazwyczaj jeden rok.

Stosunek geometryczny między prowizją $= P$, a kapitałem $= K$, zwiemy stopą procentową.

N. p. $\frac{P}{K} = p$; a w odniesieniu do jednostki kapitału będzie: $\frac{P}{100} = 0.0p$.

Procentów, jak już poprzednio powiedziano, rozróżniamy dwa rodzaje, procent zwyczajny i składany.

Jeżeli procent pobieramy co roku, celem zużycia, to taki procent zwiemy procentem zwyczajnym. Jeżeli zaś procent od danego kapitału za pewien okres czasu, z końcem każdego okresu dołączamy do kapitału, ażeby wraz z nim w następnym okresie przyniósł nowy procent, wówczas ten narastający procent zwiemy procentem składanym.

Dołączanie procentu do kapitału, celem uzyskania nowego procentu, zwiemy kapitalizacją.

Obliczanie procentu zwyczajnego.

Jeżeli prowizją od danego kapitału wyrazimy $= P$; kapitał $= K$, procent od jednostki kapitału $= p$, obliczymy którąkolwiek z tych ilości na podstawie proporcji;

$P : K = p : 100$, będzie więc:

$$\text{Prowizja} = P = \frac{K \cdot p}{100}, = K \cdot 0.0p;$$

$$\text{Kapitał} = K = \frac{P \cdot 100}{p}$$

$$\text{Procent } p = \frac{P \cdot 100}{K}.$$

$$\text{Procent od jednostki kapitału } 0.0p = \frac{P}{K}.$$

Wzory powyższe znajdują w ocenieniu lasu bardzo małe zastosowanie.

*Obliczanie wartości kapitału na procencie składanym. *)*

(Doprocentowanie i odprocentowanie kapitału.)

Pod wartością odprocentową, początkową danego kapitału, $= W_p$, rozumiemy tę jego wartość, jaką posiada w chwili umieszczenia go na procencie składanym; albo wartość kapitału uwolnioną od narosłego procentu składanego.

Pod wartością zaś doprocentową, końcową $= W_k$ danego kapitału, rozumiemy tą wartość, jaką przedstawia kapitał łącznie z narosłym procentem składanym w ściśle oznaczonym okresie czasu.

Obliczanie wartości doprocentowej (końcowej) kapitału.

Wartość końcową danego kapitału możemy obliczyć na podstawie proporcji:

*) W pewnym sądzie obwodowym znalazłem operat oszacowania lasów, sporządzony w celach wywłaszczenia jeszcze z przed dwudziestu kilku laty przez znawcę, którego nazwiska nie pamiętam, a w którym użyto wyrazów „doprocentować i odprocentować” — zamiast niemieckich czy łacińskich prylongować i dyskontować, — jak również wyrazów „wartość doprocentowa i odprocentowa” — które odpowiadałyby może znaczeniu wyrazów „wartość końcowa i wartość początkowa.

Wyrazy „wartość doprocentowa i wartość odprocentowa” uważam za odpowiedniejsze, aniżeli wyrazy „wartość końcowa i wartość początkowa”, albowiem wyrażają one pojęcie powstania tych wartości.

Czy ów znawca, sporządzając operat oszacowania, wziął te wyrazy z jakiego starego, polskiego dzieła, czy też były one jego wynalazkiem, nie mogłem się dowiedzieć, jednakże wyrażen tych, jako pojęciom zupełnie odpowiadające, będę stale używał.

$100 : (100 + p) = W_p : W_k$ z czego będzie po upływie :

$$1. \text{ roku, } W_k = W_p \cdot \left(\frac{100 + p}{100} \right) = W_p \cdot \left(\frac{100}{100} + \frac{p}{100} \right) = W_p \cdot 1.0p$$

$$2. \text{ „ , } W_k = W_p \cdot \left(\frac{100 + p}{100} \right) \cdot \left(\frac{100 + p}{100} \right) = W_p \cdot 1.0p^2$$

• „
• „

$$n. \text{ roku } W_k = W_p \cdot \left(\frac{100 + p}{100} \right) \cdot \left(\frac{100 + p}{100} \right) \dots n \text{ razy} = W_p \cdot 1.0p^n$$

Otrzymamy zatem ogólny wzór dla obliczenia wartości doprocentowej (końcowej) kapitału, złożonego na procencie składanym, po n latach.

$$W_k = W_p \cdot 1.0p^n.$$

Obliczanie wartości odprocentowej (początkowej) kapitału.

Ponieważ wartość odprocentowa (początkowa) danego kapitału $= W_p$, złożonego na procencie składanym, urośnie po n latach do wartości W_k , czyli jak powyżej obliczono, do wartości $W_k = W_p \cdot 1.0p^n$, możemy obliczyć wartość początkową kapitału ze zrównania poprzedniego.

$W_k = W_p \cdot 1.0p^n$, z czego będzie

$$W_p = \frac{W_k}{1.0p^n} = W_k \cdot \frac{1}{1.0p^n}.$$

Obliczanie innych wartości.

Na podstawie równania $W_p \cdot 1.0p^n = W_k$, możemy obliczyć wszystkie cztery wartości, jeżeli trzy z nich są dane, i tak :

$$1.0p^n = \frac{W_k}{W_p},$$

$$1.0p = \sqrt[n]{\frac{W_k}{W_p}} = \left(1 + \frac{p}{100} \right) \therefore \sqrt[n]{\frac{W_k}{W_p}}, \text{ z czego}$$

$$p = 100 \sqrt[n]{\frac{W_k}{W_p}} - 1.$$

$$n = \frac{\log W_k - \log W_p}{\log 1.0p}.$$

Pressler podaje wzory do obliczenia procentu $= p$ i okresu $= n$, w przybliżeniu, mianowicie:

$$p = \frac{W_k - W_p}{W_k + W_p} \cdot \frac{200}{n};$$

$$n = \frac{W_k - W_p}{W_k + W_p} \cdot \frac{200}{p}.$$

W powyższych wzorach nie oblicza Pressler procentu ani w stosunku do wartości odprocentowej (początkowej) kapitału, ani do jego wartości doprocentowej (końcowej), tylko w stosunku do ich średniej arytmetycznej, mianowicie:

$$\frac{W_k + W_p}{2} : \frac{W_k - W_p}{2} = 100 : p, \text{ z czego}$$

$$p = \left(\frac{W_k - W_p}{2} \cdot 100 \right) : \left(\frac{W_k + W_p}{2} \right), \text{ pomnożone przez } 2$$

$$p = \frac{W_k - W_p}{W_k + W_p} \cdot 200, \text{ za cały okres, zaś za jednostkę}$$

okresu będzie $p = \frac{W_k - W_p}{W_k + W_p} \cdot \frac{200}{n}$. Analogicznie

$$n = \frac{W_k - W_p}{W_k + W_p} \cdot \frac{200}{p}.$$

Wzory powyższe dają wyniki za małe, rzadko bywają używane i tylko do obliczeń wartości przy krótkich okresach.

Więcej dokładniejsze wyniki dają wzory Kunzego mianowicie:

$$p = \frac{(W_k - W_p) 100}{(W_k - W_p) \cdot \frac{n+1}{2} - W_k} = \frac{(W_k - W_p) \cdot 200}{W_k \cdot (n-1) - W_p (n-1)},$$

$$n = \frac{\left((W_k - W_p) \cdot \frac{200}{p} + 2 W_k \right)}{W_k - W_p}.$$

Wprawdzie są to wzory trochę dokładniejsze aniżeli wzory Presslera ale zanadto skomplikowane, wskutek czego niebywają wcale używane.

Obliczanie narosłego procentu.

Różnica między wartością doprocentową (końcową) a wartością odprocentową (początkową) danego kapitału, daje nam ilość narosłego procentu składanego; będzie więc narosły procent równać się $W_k - W_p$, a ponieważ $W_k = W_p \cdot 1.0p^n$, jeżeli więc podstawimy za W_k wyraz $W_p \cdot 1.0p^n$, otrzymamy wzór dla obliczania narosłego procentu:

$W_p \cdot 1.0p^n - W_p$, z czego narosły procent będzie:

$W_p \cdot (1.0p^n - 1)$; zaś dla jednostki kapitału będzie:

$$\frac{W_p \cdot (1.0p^n - 1)}{W_p} = 1 \cdot (1.0p^n - 1) = 1.0p^n - 1$$

Dla jednego roku będzie:

$$1.0p - 1 = 0.0p.$$

$(1.0p^n - 1)$ i $0.0p$, są to czynniki, służące do obliczania narosłego procentu składanego, pierwszy, w danym okresie czasu, drugi, w jednym roku.

3. Rachunek rent.

Rentą zwiemy dochód czysty, bezpośredni.

Stosownie do tego, czy renta wpływa tylko przez pewien ściśle oznaczony okres czasu, czy też jest trwałą, rozróżniamy renty skończone i renty wieczyste.

Obie to grupy rent dzielimy jeszcze na renty roczne i renty okresowe. Pierwsze wpływają co roku, drugie, w pewnych - ino okresach czasu.

Wszystkie te rodzaje rent mogą wpływać bądźto na początku roku, bądź też na końcu. W pierwszym wypadku mówimy iż wpływają z góry, w drugim zaś z dołu.

Sumowanie wartości końcowych rent.

Renta roczna, skończona wpływająca z góry.

Wartość końcowa renty rocznej $= r$, wpływającej na początku każdego roku i równocześnie kapitalizowanej przez n lat, będzie:

po 1. roku	$r \cdot 1 \cdot 0p^n$
„ 2. „	$r \cdot 1 \cdot 0p^{n-1}$
„ 3. „	$r \cdot 1 \cdot 0p^{n-2}$
„	„
„	„
„ n. „	$r \cdot 1 \cdot 0p.$

Zesumowawszy te wartości otrzymamy:

$$S = r \cdot 1 \cdot 0p + \dots + r \cdot 1 \cdot 0p^{n-2} + r \cdot 1 \cdot 0p^{n-1} + r \cdot 1 \cdot 0p^n.$$

Jeżeli w powyższym równaniu wyłączymy $r \cdot 1 \cdot 0p$ za nawias, otrzymamy:

$$S = r \cdot 1 \cdot 0p \left(1 + \dots + 1 \cdot 0p^{n-2} + 1 \cdot 0p^{n-1} \right).$$

W tem równaniu widzimy iż wielomian, objęty nawiasem, tworzy szereg geometryczny, rosnący, którego pierwszym wyrazem jest 1, zaś stałym ilorazem $1 \cdot 0p$. Suma zatem tego szeregu będzie według wzoru $\frac{a \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$, jeżeli podstawimy wartość za

$$a = 1; q = 1 \cdot 0p$$

$$\frac{1 \cdot (1 \cdot 0p^n - 1)}{1 \cdot 0p - 1} = \frac{1 \cdot 0p^n - 1}{0 \cdot 0p}, \text{ zaczem}$$

$$S = \frac{r \cdot 1 \cdot 0p \cdot (1 \cdot 0p^n - 1)}{0 \cdot 0p}.$$

Renta roczna skończona, wpływająca z dołu.

Wartość końcowa renty rocznej, skończonej $= r$, wpływającej na końcu każdego roku przez n lat i równocześnie kapitalizowanej, będzie:

po 1. roku	$r \cdot 1 \cdot 0p^{n-1}$
„ 2. „	$r \cdot 1 \cdot 0p^{n-2}$

po 3. roku $r \cdot 1'0p^{n-3}$

„ n. „ r .

Suma tych wartości będzie:

$$S = r + r \cdot 1'0p + \dots + r \cdot 1'0p^{n-2} + r \cdot 1'0p^{n-1}$$

Jeżeli w powyższym równaniu wyłączymy r za nawias otrzymamy:

$$S = r \cdot (1 + 1'0p + \dots + 1'0p^{n-2} + 1'0p^{n-1}),$$

Tu widzimy, iż wielomian, objęty nawiasem, tworzy szereg geometryczny, rosnący, którego pierwszym wyrazem jest 1, zaś stałym ilorazem jest $1'0p$. Suma zatem tego szeregu będzie według wzoru $\frac{a \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$ jeżeli podstawimy wartość za $a = 1$; $q = 1'0p$,

$$\frac{1 \cdot (1'0p^n - 1)}{1'0p - 1} = \frac{1'0p^n - 1}{0'0p}, \text{ zatem}$$

$$S = \frac{r \cdot (1'0p^n - 1)}{0'0p}.$$

Wzór ten przedstawia nam sumę wartości końcowych, renty rocznej, do roku n , i równocześnie skapitalizowanej. ✕

Renta okresowa skończona, wpływająca z góry.

Wartość końcowa renty okresowej $= R$, skończonej, wpływającej na początku danego okresu $= m, n$, razy i równocześnie kapitalizowanej, będzie:

po 1. okresie	$R \cdot 1'0p^{n \cdot m}$
„ 2. „	$R \cdot 1'0p^{(n-2)m}$
„ 3. „	$R \cdot 1'0p^{(n-1)m}$
„ n.	$R \cdot 1'0p^m$

Suma tych wartości będzie:

$$S = R \cdot 1'0p^m + \dots + R \cdot 1'0p^{(n-2)m} + R \cdot 1'0p^{(n-1)m} + R \cdot 1'0p^{n \cdot m}$$

Jeżeli w powyższym równaniu wyłączymy $R \cdot 10p^m$ za nawias, otrzymamy:

$$S = R \cdot 10p^m (1 + 10p^{(n-2)} + 10p^{(n-1)} + 10p^n)$$

Wielomian objęty nawiasem w tem równaniu tworzy szereg geometryczny rosnący, którego pierwszym wyrazem jest 1, zaś stałym ilorazem $10p^m$.

Suma zatem tego szeregu będzie według wzoru

a. $\frac{(q^n - 1)}{q - 1}$, jeżeli podstawimy wartość za $a = 1$, $q = 10p^m$

$$1. \frac{(10p^{nm} - 1)}{10p^m - 1} = \frac{10p^{nm} - 1}{10p^m - 1}, \text{ zaczem}$$

$$S = \frac{R \cdot 10p^m (10p^{nm} - 1)}{(10p^m - 1)}.$$

Renta okresowa, skończona, wpływająca z dołu.

Wartość końcowa renty okresowej = R , wpływającej na końcu okresu = m , n razy i równocześnie kapitalizowanej będzie:

po 1. okresie	$R \cdot 10p^{(n-1)m}$
po 2. „	$R \cdot 10p^{(n-2)m}$

...

po przedostatnim	$R \cdot 10p^m$
po n . okresie	R .

Suma tych wartości będzie:

$$S = R + R10p^m + R10p^{2m} + \dots + R10p^{(n-2)m} + R10p^{(n-1)m}.$$

Wyłączymy w powyższym równaniu R za nawias otrzymamy:

$$S = R (1 + 10p^m + 10p^{2m} + \dots + 10p^{(n-2)m} + 10p^{(n-1)m}).$$

W powyższym równaniu tworzy wielomian objęty nawiasem, szereg geometryczny rosnący, którego pierwszym wyra-

zem jest 1, zaś stałym ilorazem $1 \cdot 0p^m$. Suma zatem tego szeregu będzie według wzoru $\frac{a(q^n - 1)}{q - 1}$, podstawiając wartości za $a = 1$; $q = 1 \cdot 0p^m =$

$$1. \frac{(1 \cdot 0p^{nm} - 1)}{1 \cdot 0p^m - 1} = \frac{1 \cdot 0p^{nm} - 1}{1 \cdot 0p^m - 1}, \text{ zatem}$$

$$S = \frac{R \cdot (1 \cdot 0p^{nm} - 1)}{1 \cdot 0p^m - 1}.$$

Sumowanie wartości początkowych rent.

Renta roczna, skończona, wpływająca z dołu.

Wartość początkowa renty rocznej = r , wpływającej na końcu każdego roku będzie:

$$\begin{aligned} \text{po 1. roku} & \frac{r}{1 \cdot 0p} \\ \text{„ 2. „} & \frac{r}{1 \cdot 0p^2} \\ \text{„ 3. „} & \frac{r}{1 \cdot 0p^3} \\ & \vdots \\ \text{„ n. „} & \frac{r}{1 \cdot 0p^{n-1}}, \text{ zatem} \end{aligned}$$

$$S = \frac{r}{1 \cdot 0p} + \frac{r}{1 \cdot 0p^2} + \dots + \frac{r}{1 \cdot 0p^{n-1}}$$

Jeżeli w powyższym równaniu wyłączymy $\frac{r}{1 \cdot 0p}$ za nawias, otrzymamy:

$$S = \frac{r}{1 \cdot 0p} \cdot \left(1 + \frac{1}{1 \cdot 0p} + \frac{1}{1 \cdot 0p^2} + \dots + \frac{1}{1 \cdot 0p^{n-1}} \right)$$

Zesumowawszy wielomian, objęty nawiasem, jako szereg geometryczny malejący, skończony, według wzoru $\frac{a \cdot (1 - q^n)}{1 - q}$ i podstawiając za $a = 1$; $q = \frac{1}{1 \cdot 0p}$, otrzymamy:

$$1. \frac{\left[1 - \left(\frac{1}{1.0p}\right)^n\right]}{1 - \frac{1}{1.0p}} = \frac{1 - \frac{1}{1.0p^n}}{1 - \frac{1}{1.0p}} \quad \text{zaczem:}$$

$$S = \frac{\frac{r}{1.0p} \left[1 - \left(\frac{1}{1.0p}\right)^n\right]}{1 - \frac{1}{1.0p}} = \frac{\frac{r}{1.0p} \left(\frac{1.0p^n}{1.0p^n} - \frac{1}{1.0p^n}\right)}{\frac{1.0p}{1.0p} - \frac{1}{1.0p}} =$$

$$\frac{\frac{r}{1.0p} \left(\frac{1.0p^n - 1}{1.0p^n}\right)}{\frac{1.0p^n - 1}{1.0p}} = \frac{r}{1.0p} \cdot \frac{(1.0p^n - 1)}{1.0p^n} \cdot \frac{1.0p}{0.0p} =$$

$$S = \frac{r \cdot (1.0p^n - 1)}{(1.0p^n \cdot 0.0p)}.$$

Renta roczna, wieczysta, wpływająca z dołu.

Wartość początkowa renty rocznej = r , wpływającej w nieskończoność na końcu każdego roku, będzie:

$$\text{po 1. roku } \frac{r}{1.0p}$$

$$\text{" 2. " } \frac{r}{1.0p^2}$$

$$\text{" 3. " } \frac{r}{1.0p^3} \text{ i t. d. w nieskończoność.}$$

$$\text{" . . . }$$

Suma tych wartości będzie:

$$S = \frac{r}{1.0p} + \frac{r}{1.0p^2} + \frac{r}{1.0p^3} + \dots \text{ w nieskończoność.}$$

Skoro wyłączymy tu $\frac{r}{1.0p}$ za nawias, otrzymamy:

$$S = \frac{r}{1.0p} \left(1 + \frac{1}{1.0p} + \frac{1}{1.0p^2} + \dots \text{ w nieskończ.}\right)$$

W powyższem równaniu tworzy wielomian, objęty nawiasem, szereg geometryczny malejący, którego pierwszym wyra-

zem jest 1, zaś stałym ilorazem $\frac{1}{1.0p}$. Suma zatem tego szeregu będzie według wzoru $\frac{a}{1-q}$, jeżeli podstawimy wartość za

$$a = 1; q = \frac{1}{1.0p}.$$

$$\begin{aligned} 1 - \frac{1}{1.0p} &= \frac{1}{1.0p} - \frac{1}{1.0p} = \frac{1}{1.0p - 1} = \frac{1.0p}{1.0p - 1} = \\ &= \frac{1.0p}{0.0p}, \text{ zatem} \end{aligned}$$

$$S = \frac{r}{1.0p} \cdot \frac{1.0p}{0.0p} = \frac{r}{0.0p}.$$

Powyższy wzór, który wzorem kapitalizacji nazywamy możemy otrzymać na innej drodze.

Jeżeli wyrazimy kapitał przez $K = S$, roczne od tegoż procenta przez r , otrzymamy proporcję

$$p : 100 = r : S, \text{ z czego}$$

$$S = \frac{100 r}{p} = r \cdot \frac{100}{p} = r \cdot \frac{p}{100} = \frac{r}{0.0p}.$$

Renta okresowa, skończona, wpływająca z dołu.

Wartość początkowa renty okresowej = R , która na końcu i to w okresach m letnich, wogóle n razy wpłynęła, będzie:

$$\begin{aligned} \text{po 1. okresie} & \frac{R}{1.0p^m} \\ \text{„ 2. okresie} & \frac{R}{1.0p^{2m}} \\ \text{„ 3. „} & \frac{R}{1.0p^{3m}} \\ & \vdots \\ \text{„ n. „} & \frac{R}{1.0p^{nm}} \end{aligned}$$

Suma tych wartości będzie:

$$S = \frac{R}{1.0p^m} + \frac{R}{1.0p^{2m}} + \dots + \frac{R}{1.0p^{nm}}.$$

Jeżeli w powyższym równaniu wyłączymy $\frac{R}{10p^m}$ za nawias, otrzymamy:

$$S = \frac{R}{10p^m} \left(1 + \frac{R}{10p^m} + \frac{R}{10p^{2m}} + \dots + \frac{R}{10p^{nm}} \right)$$

W równaniu tem tworzy wielomian objęty nawiasem, szeregu geometryczny, malejący, którego pierwszym wyrazem jest 1, zaś stałym ilorazem jest $\frac{R}{10p}$.

Suma zatem tego szeregu będzie według wzoru $\frac{a(1-q^n)}{1-q}$ i jeżeli podstawimy wartość za $a = 1$, $q = \frac{1}{10p^m}$,

$$\begin{aligned} 1. \frac{\left[1 - \left(\frac{1}{10p^m} \right)^n \right]}{1 - \frac{1}{10p^m}} &= \frac{1 - \frac{1}{10p^{nm}}}{1 - \frac{1}{10p^m}} \quad \text{zatem} \\ S &= \frac{R}{10p^m} \left(\frac{1 - \frac{1}{10p^{nm}}}{1 - \frac{1}{10p^m}} \right) = \frac{R}{10p^m} \left(\frac{\frac{10p^{nm} - 1}{10p^{nm}}}{\frac{10p^m - 1}{10p^m}} \right) = \\ &= \frac{R}{10p^m} \left(\frac{10p^{nm} - 1}{10p^{nm}} \right) \cdot \left(\frac{10p^m}{10p^m - 1} \right) = \\ S &= \frac{R \cdot (10p^{nm} - 1)}{10p^{nm} (10p^m - 1)}. \end{aligned}$$

Renta okresowa, wieczysta, wpływająca z dołu.

a) Wartość początkowa renty okresowej wieczystej = R , która w okresach m letnich z końcem każdego okresu wpływa, będzie:

$$\begin{aligned} \text{po 1. okresie} & \frac{R}{10p^m} \\ \text{„ 2. „} & \frac{R}{10p^{2m}} \end{aligned}$$

po 3. okresie $\frac{R}{1 \cdot 0 p^{3m}}$

· · · i t. d. w nieskończoność.

Suma tych wartości będzie:

$$S = \frac{R}{1 \cdot 0 p^m} + \frac{R}{1 \cdot 0 p^{2m}} + \dots + \text{w nieskończoność.}$$

Jeżeli w powyższym równaniu wyłączymy $\frac{R}{1 \cdot 0 p^m}$ za nawias otrzymamy:

$$\frac{R}{1 \cdot 0 p^m} \left(1 + \frac{1}{1 \cdot 0 p^m} + \frac{1}{1 \cdot 0 p^{2m}} + \dots \text{w nieskończoność.} \right)$$

W powyższym wyrazie tworzy wielomian objęty nawiasem szereg geometryczny, malejący, którego pierwszym wyrazem jest 1, zaś stałym ilorazem $\frac{1}{1 \cdot 0 p^m}$. Suma zatem tego szeregu będzie według wzoru $\frac{a}{1-q}$ jeżeli podstawimy za $a = 1$, $q = \frac{1}{1 \cdot 0 p^m} =$

$$\frac{1}{1 - \frac{1}{1 \cdot 0 p^m}}, \text{ zatem będzie}$$

$$\begin{aligned} S &= \frac{R}{1 \cdot 0 p^m} \cdot \left(\frac{1}{1 - \frac{1}{1 \cdot 0 p^m}} \right) = \frac{R}{1 \cdot 0 p^m} \left(\frac{1}{\frac{1 \cdot 0 p^m}{1 \cdot 0 p^m} - \frac{1}{1 \cdot 0 p^m}} \right) \\ &= \frac{R}{1 \cdot 0 p^m} \left(\frac{1}{\frac{1 \cdot 0 p^m - 1}{1 \cdot 0 p^m}} \right) = \frac{R}{1 \cdot 0 p^m} : \left(\frac{1 \cdot 0 p^m - 1}{1 \cdot 0 p^m} \right) = \frac{R : 1 \cdot 0 p^m}{1 \cdot 0 p^m (1 \cdot 0 p^m - 1)} = \\ &S = \frac{R}{(1 \cdot 0 p^m - 1)}. \end{aligned}$$

b) Wartość początkowa renty okresowej, wieczystej = R , która po m latach, następnie zaś co n lat w nieskończoność się powtarza, będzie:

$$\text{po } m \text{ okresie } \frac{R}{1 \cdot 0 p^m}$$

$$, n \quad , \quad \frac{R}{1 \cdot 0 p^m + n}$$

$$, 2n. \quad , \quad \frac{R}{1 \cdot 0 p^m + 2n}$$

„ i t. d. w nieskończoność.

Suma tych wartości będzie:

$$S = \frac{R}{1 \cdot 0 p^m} + \frac{R}{1 \cdot 0 p^m + n} + \frac{R}{1 \cdot 0 p^m + 2n} + \dots$$

i t. d. w nieskończoność.

Jeżeli w powyższym równaniu wyłączymy $\frac{R}{1 \cdot 0 p^m}$ za nawias, otrzymamy:

$$S = \frac{R}{1 \cdot 0 p^m} \left(1 + \frac{1}{1 \cdot 0 p^n} + \frac{1}{1 \cdot 0 p^{2n}} + \dots \text{w nieskończ.} \right)$$

W tem równaniu tworzy wielomian, objęty nawiasem, szereg geometryczny malejący, którego pierwszym wyrazem jest 1, zaś stałym ilorazem $\frac{1}{1 \cdot 0 p^n}$. Suma tego szeregu będzie według wzoru $\frac{a}{1-q}$, jeżeli podstawimy wartość za $a = 1$, za

$$q = \frac{1}{1 \cdot 0 p^n} =$$

$$1. \left(\frac{1}{1 - \frac{1}{1 \cdot 0 p^n}} \right) = \frac{1}{1 - \frac{1}{1 \cdot 0 p^n}}, \text{zaczem}$$

$$S = \frac{R}{1 \cdot 0 p^m} \left(\frac{1}{1 - \frac{1}{1 \cdot 0 p^n}} \right) = \frac{R}{1 \cdot 0 p^m} \left(\frac{1}{\frac{1 \cdot 0 p^n - 1}{1 \cdot 0 p^n}} \right) =$$

$$= \frac{R}{1 \cdot 0 p^m} \left(\frac{1 \cdot 0 p^n}{1 \cdot 0 p^n - 1} \right) = \frac{R \cdot 1 \cdot 0 p^n}{1 \cdot 0 p^m - 1} =$$

$$S = \frac{R \cdot 1 \cdot 0 p^{n-m}}{1 \cdot 0 p^n - 1}$$

Renta okresowa, wieczysta wpływająca z góry.

Wartość początkowa renty okresowej wieczystej $= R$, która po raz pierwszy natychmiast, a więc w roku 0 wpłynie, a następnie co n lat w nieskończoność się powtarza. będzie:

$$\begin{array}{lcl} \text{Na początku 1 okresu} & R & \\ \text{"} & 2 & \text{"} \quad \frac{R}{1 \cdot 0 p^n} \\ \text{"} & 3 & \text{"} \quad \frac{R}{1 \cdot 0 p^{2n}} \text{ i t. d. w nieskończoność.} \end{array}$$

Suma tych wartości będzie :

$$S = R + \frac{R}{1 \cdot 0 p^n} + \frac{1}{1 \cdot 0 p^{2n}} + \dots \text{ w nieskończoność.}$$

Jeżeli w powyższym równaniu wyłączymy R za nawias, otrzymamy :

$$S = R \left(1 + \frac{1}{1 \cdot 0 p^n} + \frac{1}{1 \cdot 0 p^{2n}} + \dots \text{ w nieskończoność.} \right)$$

W tem równaniu tworzy wielomian, objęty nawiasem, szereg geometryczny, malejący, którego pierwszym wyrazem jest 1, zaś stałym ilorazem $\frac{1}{1 \cdot 0 p^n}$.

Suma zatem tego szeregu będzie według wzoru $\frac{a}{1-q}$, jeżeli podstawimy wartość za $a = 1$, $q = \frac{1}{1 \cdot 0 p^n} =$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{1 - \frac{1}{1 \cdot 0 p^n}} \text{ zatem} \\ S &= R \cdot \left(\frac{1}{1 - \frac{1}{1 \cdot 0 p^n}} \right) = R \cdot \left(\frac{1}{\frac{1 \cdot 0 p^n - 1}{1 \cdot 0 p^n}} \right) = \frac{R}{\frac{1 \cdot 0 p^n - 1}{1 \cdot 0 p^n}} = \\ & S = \frac{R \cdot 1 \cdot 0 p^n}{1 \cdot 0 p^n - 1} \end{aligned}$$

Zamian renty okresowej na rentę roczną.

a. Rentę okresową wieczystą $= R$, która w okresach m letnich, z końcem każdego okresu w nieskończoność wpływa, możemy zamienić na rentę roczną, wieczystą w sposób następujący :

Wychodząc z założenia iż suma wartości początkowych renty okresowej wieczystej wpływającej z dołu $= \frac{R}{1 \cdot 0p^m - 1}$ równa się sumie wartości początkowych takiejże renty rocznej $= \frac{r}{0 \cdot 0p}$ otrzymamy równanie:

$$\frac{R}{1 \cdot 0p^m - 1} = \frac{r}{0 \cdot 0p}, \text{ z czego}$$

$$r = \frac{R \cdot 0 \cdot 0p}{1 \cdot 0p^m - 1}.$$

b) Rentę okresową $= R$, która po raz pierwszy po m latach, następnie zaś co n lat w nieskończoność wpływa, zamienić możemy na rentę roczną, wieczystą $= r$, w sposób następujący.

Wychodząc z założenia iż suma wartości początkowych renty okresowej $= \frac{R \cdot 1 \cdot 0p^{n \cdot m}}{1 \cdot 0p^n - 1}$, równa się sumie wartości początkowych renty rocznej, wieczystej $\frac{r}{0 \cdot 0p}$ otrzymamy równanie:

$$\frac{R \cdot 1 \cdot 0p^{n \cdot m}}{1 \cdot 0p^n - 1} = \frac{r}{0 \cdot 0p} \text{ z czego}$$

$$r = \frac{R \cdot 1 \cdot 0p^{n \cdot m} \cdot 0 \cdot 0p}{1 \cdot 0p^n - 1}.$$

c) Rentę okresową, wieczystą, $= R$, która po raz pierwszy natychmiast, a więc w roku 0 wpłynie, następnie zaś co n lat w nieskończoność się powtarza, możemy zamienić na rentę roczną wieczystą $= r$, następująco:

Wychodząc z założenia iż suma wartości początkowych renty okresowej $= \frac{R \cdot 1 \cdot 0p^n}{1 \cdot 0p^n - 1}$, równa się sumie wartości początkowych takiejże renty rocznej, $\frac{r}{0 \cdot 0p}$ otrzymamy równanie:

$$\frac{R \cdot 1 \cdot 0p^n}{1 \cdot 0p^n - 1} = \frac{r}{0 \cdot 0p}, \text{ z czego}$$

$$r = \frac{R \cdot 1 \cdot 0p^n \cdot 0 \cdot 0p}{1 \cdot 0p^n - 1}.$$

Połączenie rachunku procentu składanego z rachunkiem rent.

a) Do kapitału $= K$, złożonego na procencie składanym, dokłada się na końcu każdego roku przez n lat stałą kwotę

$\Rightarrow r$, celem równoczesnego oprocentowania. Wartość kapitału $= K$, doprocentowana do roku n , urośnie do wysokości $K \cdot 1.0p^n$, wartość zaś rocznych wkładek, wraz z narosłym procentem składanym, wyniesie po roku $n = \frac{r \cdot 1.0p^n - 1}{0.0p}$.

Suma więc obydwu wartości będzie:

$$S = K \cdot 1.0p^n + \frac{r \cdot 1.0p^n - 1}{0.0p};$$

b) Jeżeli zamiast corocznych wkładek, odejmujemy od złożonego kapitału $= K$, corocznie przez n lat pewną stałą kwotę, wówczas wzór dla obliczenia wartości końcowej kapitału łącznie z narosłym procentem składanym będzie:

$$S = K \cdot 1.0p^n - \frac{r \cdot 1.0p^n - 1}{0.0p}.$$

Ratalne umarzanie kapitału.

Skoro dany kapitał K , ma być umorzony w ciągu n lat, równemi ratami $= r$, wówczas musi być wartość danego kapitału, doprocentowana do roku n , równą n ratom łącznie z narosłym procentem składanym; zatem musi być:

$$K \cdot 1.0p^n = \frac{r \cdot 1.0p^n - 1}{0.0p}.$$

Jeżeli K jest wiadome, a chodzi o obliczenie r , to będzie

$$r = \frac{K \cdot 1.0p^n}{\frac{1.0p^n - 1}{0.0p}} = \frac{K \cdot 1.0p^n \cdot 0.0p}{1.0p^n - 1}.$$

Jeżeli zaś r jest znane, a chodzi o obliczenie K , to będzie

$$K = \frac{r \cdot 1.0p^n - 1}{1.0p^n \cdot 0.0p}, \text{ zaś}$$

$$n = \frac{\log r - \log (r - K \cdot 0.0p)}{\log 1.0p}.$$

B. OBLICZANIE WARTOŚCI GRUNTU, DRZEWOSTANÓW I LASU.

1. Obliczanie wartości gruntu.

Grunt może być albo pożytkowany albo użytkowany. Grunt, przeznaczony do wydobywania płodów kopalnianych, bywa użytkowany, zaś grunt, którego przeznaczeniem jest służyć produkcji leśnej lub rolnej, bywa pożytkowany.

Tu zajmować nas będzie wartość gruntu, pozostającego pod uprawą leśną.

Wartość pieniężną gruntu możemy wypośrodkować na podstawie:

- a) wartości według rentowności;
(wartości spodziewanej)*)
- b) wartości według wyłożonych kosztów;
- c) wartości sprzedażnej, (obiegowej).

a) Wartość według rentowności.

Dla lasów, pozostających w gospodarowaniu okresami i zrębami czystymi.

Tu wychodzimy z założenia iż w lesie zachodzą stosunki prawidłowe, a więc tak dochody jak i wydatki w przyszłych okresach będą zawsze równe dochodom i wydatkom pierwszego okresu.

*) Twórca teorii o czystym dochodzie, M. R. Pressler, nazwał wartość gruntu, obliczoną na podstawie czystego dochodu „Bodenerwartungswert” wartością spodziewaną (oczekiwaną). Nazwę tę nadał Pressler tej wartości gruntu prawdopodobnie z tej przyczyny, iż obliczenie jej oparł na spodziewanych dochodach, zależnych od rozmaitych okoliczności gospodarczych. Inni autorowie przyjęli bezkrytycznie tę nazwę, której dopiero u Dra Endresa i Riebla nie znalazłem. Dawną nazwę „Bodenerwartungswert”, wartość spodziewaną gruntu, zastąpili oni nazwą „Bodenrentierungswert” — wartość według rentowności, twierdząc iż ta nazwa odpowiada więcej istocie wartości, gdyż opartą jest rzeczywiście na czystym dochodzie, czyli czystej rencie gruntowej.

Pod wartością według rentowności rozumiemy wartość kapitałową gruntu, wyrażoną w pieniądzech, jaką on przedstawia jako czynnik w produkcji leśnej.

Wartość tę obliczymy, jeżeli skapitalizujemy czysty dochód z gruntu; w szczególności zaś, jeżeli od sumy wartości początkowych wszystkich dochodów, odejmiemy sumę wartości początkowych wszystkich wydatków i pozostałość, jako czystą rentę skapitalizujemy.

Obliczanie wartości początkowych dochodów.

Dochód główny.

Jeżeli czysty dochód główny w wieku rębności, t. j. po strąceniu kosztów sprzętu, oznaczmy przez D_k , kolej leśną przez k , obliczymy wartość początkową wszystkich co k lat powtarzających się w nieskończoność dochodów głównych, jako renty okresowej wieczystej, wpływającej z dołu na końcu każdego k letniego okresu według wzoru:

$$\frac{D_k}{1.0p^k - 1}$$

Ta renta okresowa, zamieniona na rentę roczną będzie

$$\frac{D_k \cdot 0.0p}{1.0p^k - 1}$$

Jeżeli w powyższym ułamku pomnożymy tak licznik jak i mianownik przez $1.0p^k$, co jego wartości nie zmieni, otrzymamy:

$$\frac{D_k \cdot 0.0p}{1.0p^k} \cdot \frac{1.0p^k}{1.0p^k - 1} = \frac{D_k \cdot 0.0p}{1.0p^k} \cdot \left(1 + \frac{1}{1.0p^k - 1} \right)$$

Jeżeli w ułamku $\frac{1.0p^k}{1.0p^k - 1}$, który jest ułamkiem nierzetelnym, a więc większym od jednostki, podzielimy licznik przez mianownik, $1.0p^k : (1.0p^k - 1)$ otrzymamy $1 + \frac{1}{1.0p^k - 1}$.

Ażeby dzielenie wykonać, musimy do wyrazu $1.0p^k$ dodać i równocześnie odjąć 1, co jego wartości nie zmieni, będzie więc:

$$\left(1.0p^k - 1 + 1 \right) : \left(1.0p^k - 1 \right) = 1 + \frac{1}{1.0p^k - 1}$$

Wyraz powyższy znajdzie w dalszych obliczeniach rozległe zastosowanie.

Dochody pośrednie. (Międzyrębne).

Czyszczenia i trzebieże.

Jeżeli dochody z czyszczenia lub trzebieży, które w latach $a, b, \dots q$ wpływają i następnie co k lat w nieskończoność się powtarzają, oznaczmy przez $Ta, Tb, \dots Tq$, to suma wartości początkowych, jako rent okresowych, wieczystych, które po raz pierwszy po latach $a, b, \dots q$ wpływają, a następnie co k lat się powtarzają w nieskończoność będzie :

$$\frac{Ta \cdot 1 \cdot 0p^{k-a}}{1 \cdot 0p^k - 1}; \frac{Tb \cdot 1 \cdot 0p^{k-b}}{1 \cdot 0p^k - 1} \dots \frac{Tq \cdot 1 \cdot 0p^{k-q}}{1 \cdot 0p^k - 1}.$$

Zamieniając powyższe renty okresowe na renty roczne, otrzymamy :

$$\frac{Ta \cdot 1 \cdot 0p^{k-a} \cdot 0 \cdot 0p}{1 \cdot 0p^k - 1} = \frac{Ta \cdot 1 \cdot 0p^k \cdot 0 \cdot 0p}{1 \cdot 0p^a \cdot (1 \cdot 0p^k - 1)} =$$

$$\frac{Ta \cdot 0 \cdot 0p}{1 \cdot 0p^a} \cdot \frac{1 \cdot 0p^k}{1 \cdot 0p^k - 1} = \frac{Ta \cdot 0 \cdot 0p}{1 \cdot 0p^a} \cdot \left(1 + \frac{1}{1 \cdot 0p^k - 1}\right)$$

W analogiczny sposób obliczymy wartości $Tb, \dots Tq$; otrzymamy :

$$\frac{Tb \cdot 0 \cdot 0p}{1 \cdot 0p^b} \cdot \left(1 + \frac{1}{1 \cdot 0p^k - 1}\right); \frac{Tq \cdot 0 \cdot 0p}{1 \cdot 0p^q} \cdot \left(1 + \frac{1}{1 \cdot 0p^k - 1}\right)$$

Suma wszystkich wartości początkowych czyszczeń lub trzebieży będzie :

$$\left(\frac{Ta \cdot 0 \cdot 0p}{1 \cdot 0p^a} + \frac{Tb \cdot 0 \cdot 0p}{1 \cdot 0p^b} + \frac{Tq \cdot 0 \cdot 0p}{1 \cdot 0p^q} \right) \cdot \left(1 + \frac{1}{1 \cdot 0p^k - 1}\right)$$

Riebel w swem dziele podaje skrócony sposób obliczania wartości początkowej trzebieży według wzoru :

$$S = \left(\frac{Ta}{a} + \frac{Tb}{b} + \frac{Tq}{q} \right) \cdot k \cdot x.$$

W powyższym wzorze oznaczają $\frac{Ta}{a}$, $\frac{Tb}{b}$, $\frac{Tq}{q}$, przeciętny roczny dochód z trzebieży, k = kolej porębowa, zaś x jest to czynnik, który stosownie do wysokości kolei i wysokości stopy procentowej, w obliczeniach się zmienia, jak to następnie zobaczymy.

Skoro podzielimy okresowe dochody z trzebieży przez okres, w którym one wpływają otrzymamy $\frac{T_a}{a}$, $\frac{T_b}{b}$, $\frac{T_c}{c}$ i ustawimy równanie

$$T_a \cdot 10p^{k \cdot a} + T_b \cdot 10p^{k \cdot b} + T_c \cdot 10p^{k \cdot c} = \\ = \left(-\frac{T_a}{a} + \frac{T_b}{b} + \frac{T_c}{c} \right) \cdot k \cdot x.$$

I w powyższym równaniu, nie popełniając wielkiego błędu, wypuścimy T_a , T_b , T_c , przejdzie ono w równanie:

$$10p^{k \cdot a} + 10p^{k \cdot b} + 10p^{k \cdot c} = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) k \cdot x$$

$$z \text{ czego } x = \frac{10p^{k \cdot a} + 10p^{k \cdot b} + 10p^{k \cdot c}}{\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) \cdot k}.$$

Jeżeli wyjdziemy z założenia iż T_a , T_b , T_c , przedstawiają wartości jednakowe w każdym okresie, to wysokość czynnika x zależną będzie rzeczywiście od wysokości przyjętej w rachubę stopy procentowej i wysokości przyjętej kolei.

Ponieważ w ułamku powyższego równania wyrazy $10p^{k \cdot a}$ itd. występują tylko w liczniku musi więc z wzrostem p , wzrastać wartość ułamka, a tem samem i czynnik x . Również taki sam wpływ wywiera i wysokość kolei, gdyż w miarę wzrostu k wzrasta mianownik ułamka a tem samem i wartość samego ułamka.

Z powyższego wywodu widzimy, iż ten sposób obliczania wartości pieniężnej trzebieży nie jest tak bardzo uproszczony, chyba mielibyśmy pod ręką gotowe tablice czynnika x ; nadto daje ten sposób obliczania wartości przy wysokich kolejach za wysokie wyniki. Zjawisko to jest bardzo łatwe do wytłumaczenia, bowiem w ułamku powyższego równania, wyraz k występuje w liczniku jako wykładnik potęgi, zaś w mianowniku jako zwykły mnożnik.

W dziełku Hufnagla znalazłem zalecany przez tegoż rzekomo prosty sposób obliczania wartości trzebieży w stosunku do dochodu głównego, za pomocą wzoru D_k , $0'0x$, zaś dochód z trzebieży łącznie z dochodem głównym, na podstawie wzoru D_k , $1'0x$.

W tych wzorach oznacza x stosunek dochodu z trzebieży, do dochodu głównego, wyrażony w procentach.

Sposób ten obliczania wartości dochodów z trzebieży, jest bezwarunkowo nie do zalecania. ponieważ stosunek dochodu z trzebieży do dochodu głównego podlega znacznym wahaniom i jak Pressler podaje, wynosi dochód z trzebieży do dochodu głównego w lasach

brzozowych 15—50%

modrzewiowych i olchowych 20—50%

sosnowych 20—60%

dębowych 25—50%

bukowych, jodłowych i świerkowych 25—50%.

Widzimy więc jaka trudność zachodzi w doborze procentu w rachubie zastosować się mającego i jaka może tu zapanować dowolność.

Dochody uboczne.

Zbieranie trawy, poziomek, malin, grzybów i t. p.

Jeżeli dochody ze zbierania trawy, malin i t. p., które od roku a do roku c , wogóle n razy wpłyną, oznaczmy przez r , to sumę ich wartości początkowych obliczymy, jako rentę roczną skończoną, która przez n lat na końcu każdego roku wpływa a następnie w okresach k letnich w nieskończoność się powtarza, w sposób następujący.

Wartość końcowa tej renty po n latach będzie

$r \cdot \frac{(1 \cdot 0p^n - 1)}{0 \cdot 0p}$, doprocentowując więc sumę wartości tej renty na koniec kolei $= k$, otrzymamy

$r \cdot \frac{(1 \cdot 0p^n - 1)}{0 \cdot 0p} \cdot \left(\frac{1 \cdot 0p^{k \cdot c}}{1 \cdot 0p^k - 1} \right)$, wartość tę zamieniając na rentę roczną otrzymamy:

$$\begin{aligned} & \frac{r \cdot (1 \cdot 0p^n - 1)}{0 \cdot 0p} \cdot 1 \cdot 0p^{k \cdot c} \\ & \frac{1 \cdot 0p^k - 1}{1 \cdot 0p^k - 1} \cdot 0 \cdot 0p = \frac{r \cdot (1 \cdot 0p^n - 1)}{1 \cdot 0p^k - 1} \cdot 1 \cdot 0p^{k \cdot c} = \\ & = \frac{r \cdot (1 \cdot 0p^n - 1)}{1 \cdot 0p^c} \cdot \frac{1 \cdot 0p^k}{1 \cdot 0p^k - 1} = \frac{r \cdot (1 \cdot 0p^n - 1)}{1 \cdot 0p^c} \cdot \left(1 + \frac{1}{1 \cdot 0p^k - 1} \right) \end{aligned}$$

Suma wszystkich, od roku a do roku c wynikłych dochodów ubocznych będzie:

$$S = \left(\frac{r \cdot (1 \cdot 0p^n - 1)}{1 \cdot 0p^a} + \frac{r \cdot (1 \cdot 0p^n - 1)}{1 \cdot 0p^b} + \dots + \frac{r \cdot (1 \cdot 0p^n - 1)}{1 \cdot 0p^c} \right) \cdot \left(1 + \frac{1}{1 \cdot 0p^k - 1} \right)$$

Zbieranie ściółki i nasion.

Jeżeli dochód = r , n. p. ze zbierania ściółki, lub zbierania nasion, wpłynie w tych samych ilościach w okresach m letnich wogóle n razy do roku q , to wartość końcowa tych dochodów będzie, jako renty okresowej, skończonej, wpływającej na końcu danego okresu m , wogóle n razy =

$\frac{r \cdot (1 \cdot 0p^{mn} - 1)}{1 \cdot 0p^m - 1}$, jeżeli tę wartość doprocentujemy do końca kolei = k , otrzymamy

$\frac{r \cdot (1 \cdot 0p^{mn} - 1)}{1 \cdot 0p^m - 1} \cdot \frac{1 \cdot 0p^{k \cdot p}}{1 \cdot 0p^k - 1}$ zamieniwszy tę rentę na rentę roczną, otrzymamy:

$$\begin{aligned} & \frac{r \cdot (0p^{mn} - 1)}{1 \cdot 0p^m - 1} \cdot \frac{1 \cdot 0p^{k \cdot q} \cdot 0 \cdot 0p}{1 \cdot 0p^k - 1} = \\ & \frac{r \cdot (1 \cdot 0p^{mn} - 1) \cdot 0 \cdot 0p}{(1 \cdot 0p^m - 1) \cdot 1 \cdot 0p^q} \cdot \left(1 + \frac{1}{1 \cdot 0p^k - 1} \right). \end{aligned}$$

Obliczanie wartości początkowych wydatków.

Koszta uprawy.

Przyjmując iż kosztą uprawy = u , występując na początku kolei są zawsze równe, to wartość ich początkowa, jako renty okresowej, wieczystej, wpływającej z góry, i to po raz pierwszy natychmiast, a więc w roku o , następnie zaś w okresach k letnich w nieskończoność się powtarzającej, będzie:

$$\begin{aligned} & \frac{u \cdot 1 \cdot 0p^k}{1 \cdot 0p^k - 1}, \text{ zamienione na rentę roczną będzie} \\ & = \frac{u \cdot 1 \cdot 0p^k \cdot 0 \cdot 0p}{1 \cdot 0p^k - 1} \text{ z czego} \quad u \cdot 0 \cdot 0p \cdot \left(1 + \frac{1}{1 \cdot 0p^k - 1} \right). \end{aligned}$$

Koszta zarządu i podatki.

Jeżeli wysokość rocznych kosztów zarządu i podatków oznaczmy przez = z , i przyjmiemy iż one jako renta roczna wieczysta wpływają na końcu każdego roku i to w równych

wysokościach, to suma ich wartości początkowych = Z , równać się będzie:

$$Z = \frac{z}{0.0p}.$$

Z , zatem przedstawia nam kapitał, który co roku z . odsetków daje.

Pod kosztami zarządu należy rozumieć wszelkie koszty, połączone ze sprawowaniem zarządu i ochrony lasu; podatki, kosztu budowy dróg leśnych i budynków administracyjnych.

Te ostatnie o tyle, o ile występują co roku w równych wysokościach i nie są sporadyczne.

Koszta sprzętu.

Pod kosztami sprzętu rozumiemy wszystkie wyłożone wydatki, celem pozyskania surowych płodów leśnych; a więc kosztu cięcia, wyróbki, wyprowadzenia płodów z lasu i t. p.

Tych kosztów nie należy wcale wprowadzać do rachunku, najlepiej je całkiem pojedynczo od dochodów odjąć.

Wzór dla obliczania wartości gruntu według rentowności.

Jakkolwiek przy obliczaniu wartości gruntu, powinno się uwzględnić, szczególnie w operatach opracowanych do użytku władz, wszystkie możliwe dochody i wydatki, jednakowoż wzór taki byłby za rozwlekły, wystarczy zatem jako przykład, gdy przyjmiemy przy obliczaniu wartości gruntu, następujące okoliczności, a mianowicie:

1. Ta , Tb , Tq , przedstawiają nam wszystkie dochody pośrednie;

2. Dk , Ta , Tb , przedstawiają dochody czyste, po strąceniu kosztów sprzętu;

3. n , przedstawia sumę obliczonych wszystkich dochodów ubocznych.*)

*) Nowsi autorowie ocenienia lasu, jak Riebel, Stötzer, Hönlinger i inni, zalecają obliczanie wszystkich dochodów ubocznych na podstawie wzoru

$$N = \frac{n}{0.0p},$$
 wychodząc z założenia iż te dochody uboczne, jako przeciętne

4. Wydatki ogranicza się do kosztów zarządu i kosztów uprawy;

5. Koszta uprawy występują zawsze na początku kolei i w jednakowych wysokościach.

W ten sposób otrzymamy uproszczony wzór obliczenia wartości gruntu według rentowności = G .

Rentę czystą, roczną z danego gruntu otrzymamy, jeżeli od obliczonych w poprzednich rozdziałach dochodów odejmiemy obliczone wydatki, będzie więc:

$$\begin{aligned} r &= \frac{Dk \cdot 0.0p}{1.0p^k} \left(1 + \frac{1}{1.0p^k - 1} \right) + \frac{Ta \cdot 0.0p}{1.0p^a} \left(1 + \frac{1}{1.0p^k - 1} \right) + \\ &= \frac{Tb \cdot 0.0p}{1.0p^b} \left(1 + \frac{1}{1.0p^k - 1} \right) + \dots + n - u \cdot 0.0p \left(1 + \frac{1}{1.0p^k - 1} \right) - z = \\ r &= \left(\frac{Dk \cdot 0.0p}{1.0p^k} + \frac{Ta \cdot 0.0p}{1.0p^a} + \frac{Tb \cdot 0.0p}{1.0p^b} + \dots - u \cdot 0.0p \right) \cdot \\ &\cdot \left(1 + \frac{1}{1.0p^k - 1} \right) + (n - z). \end{aligned}$$

Wychodząc z założenia iż wartość gruntu według rentowności równa się skapitalizowanej rencie gruntowej czyli $G = \frac{r}{0.0p}$ obliczymy wartość gruntu przez skapitalizowanie powyż obliczonej renty gruntowej, będzie więc:

$$\begin{aligned} G &= \left(\frac{Dk \cdot 0.0p}{1.0p^k \cdot 0.0p} + \frac{Ta \cdot 0.0p}{1.0p^a \cdot 0.0p} + \frac{Tb \cdot 0.0p}{1.0p^b \cdot 0.0p} + \dots - \frac{u \cdot 0.0p}{0.0p} \right) \cdot \\ &\cdot \left(1 + \frac{1}{1.0p^k - 1} \right) + \frac{n}{0.0p} - \frac{z}{0.0p} = \\ G &= \left(\frac{Dk}{1.0p^k} + \frac{Ta}{1.0p^a} + \frac{Tb}{1.0p^b} + \dots - u \right) \cdot \left(1 + \frac{1}{1.0p^k - 1} \right) + \left(\frac{n - z}{0.0p} \right) \end{aligned}$$

Wzór dla obliczenia wartości gruntu według rentowności możemy przedstawić i w inny sposób, jeżeli zamiast czynnika

renta roczna wieczysta, co roku mniej więcej w równych wysokościach wpływają. N . zatem przedstawia nam kapitał, który co roku n odsetków daje. Jestto postępowanie uproszczone i daje, szczególnie dla lasów o rozległych obszarach dość zadawalające wyniki. Gdzie jednak chodzi o ścisłą dokładność, sposobu tego używać nie należy. Dochód ten dotyczy wyłącznie tylko gruntu.

$\left(1 + \frac{1}{1'0p^k - 1}\right)$ wprowadzimy w rachubę czynnik $\frac{1'0p^k}{1'0p^k - 1}$, który jest pierwszemu równy, — otrzymamy:

$$G = \frac{\frac{Dk \cdot 1'0p^k}{1'0p^k} + \frac{Ta \cdot 1'0p^k}{1'0p^a} + \frac{Tb \cdot 1'0p^k}{1'0p^b} + \dots - u \cdot 1'0p^k}{1'0p^k - 1} + \frac{(n-z)}{0'0p}$$

$$G = \frac{Dk + Ta \cdot 1'0p^{k-a} + Tb \cdot 1'0p^{k-b} + \dots - u \cdot 1'0p^k}{1'0p^k - 1} + \frac{(n-z)}{0'0p}$$

a ponieważ wyraz $\frac{u \cdot 1'0p^k}{1'0p^k - 1} = u + \frac{u}{1'0p^k - 1}$

przejdzie powyższy wzór we wzór —

$$G = \frac{Dk - u + Ta \cdot 1'0p^{k-a} + Tb \cdot 1'0p^{k-b} + \dots + \frac{(n-z)}{0'0p} - u}{1'0p^k - 1}$$

który jest wzorem Faustmana.

Dla lasów zagospodarowanych zrębami częściowymi.

Celem prowadzenia takiej gospodarki jest, przeprowadzenie naturalnego odnowienia lasu.

W tym sposobie gospodarowania nie przeprowadza się zrębów czystych, lecz zakłada się naprzód ręb przygotowawczy, następnie ręb obsiewny, po którym następuje ręb ochronny, a w końcu ręb zupełny.

Jako kolej rębową uważać należy wiek drzewostanu, w którym przeprowadzono ręb obsiewny, względnie, w którym obsiew rzeczywiście nastąpił.

Ponieważ w takim sposobie gospodarowania dochód główny nie wpływa od razu tylko w kilku okresach, będzie więc:

Dx , = dochód z rębu przygotowawczego wpłynie w okresie m ; w krótszym aniżeli k , a więc w okresie $k - m$;

Dk , dochód z rębu obsiewnego wpłynie w okresie = k ;

Dy , dochód z rębu ochronnego wpłynie w dłuższym okresie aniżeli k , może w okresie y , więc $k + n$;

Dz , dochód z rębu zupełnego wpłynie również w dłuższym okresie aniżeli k , może w okresie = z , więc $k = 0$.

Okresy pomiędzy poszczególnymi rębami, stosownie do warunków gospodarczych, mogą być sobie równe lub też nie.

Obliczymy zatem wartość gruntu według rentowności dla lasów zagospodarowanych zrębami częściowymi według wzoru:

$$G = \left(\frac{D_x}{1.0p^x} + \frac{D_y}{1.0p^y} + \dots + \frac{T_a}{1.0p^a} + \frac{T_b}{1.0p^b} + \dots - u \right) \cdot \left(1 + \frac{1}{1.0p^k - 1} \right) + \frac{(n-z)}{0.0p}.$$

Wzór powyższy — jakkolwiek posiada teoretyczne uzasadnienie, w praktyce jednak jest bardzo trudny do zastosowania, okresy bowiem pomiędzy poszczególnymi rębami, jak to powyżej powiedziano, stosownie do warunków gospodarczych mogą być sobie równe lub też nie. Nadto masa drzewa w poszczególnych okresach wybrać się mająca nie da się dokładnie oznaczyć — gdyż musi być tu uwzględniony przyrost bieżący na pozostałym po każdym rębie, drzewostanie,

Zupełnie analogicznie obliczy się wartość gruntu według rentowności dla lasów, pozostających w gospodarowaniu prze-rębem uregulowanym.

Przytoczyłem tutaj ten sposób obliczania wartości gruntu ze względu na jego znaczenie naukowe, a mniej na praktyczne.

Powyżej podane sposoby obliczania wartości gruntu są to sposoby pierwotne podane mam przez Presslera, G. Hayera i innych, w następstwie przytoczę sposoby innych autorów, różniących się zasadniczo od sposobu powyższego.

Obliczanie wartości gruntu według F. Baura).*

Baur wychodzi z założenia iż, skoro wartość lasu składa się z wartości gruntu i wartości drzewostanu, to gdy od skapitalizowanej renty lasowej odejmiemy wartość zapasu normalnego, otrzymamy wartość gruntu według rentowności.

Ponieważ zapas normalny równa się sumie szeregu mas, a więc przedstawia mniej więcej taką masę, jaką otrzymalibyśmy przez pomnożenie dochodu głównego w wieku rębności przez połowę lat kolei, przedstawia Baur zapas normalny jako rentę skończoną, która na końcu każdego roku wpływa a po $\frac{k}{2}$ latach ustaje.

*) Dr. J. Baur. Handbuch der Waldwertrechnung — rok 1889, Str. 195.

Jeżeli wyrazimy rentę lasową $= R$; wartość lasu $= L$; wartość gruntu $= G$; zapas normalny $= Z_n$, otrzymamy $L = G + Z_n$, a ponieważ wartość lasu jest $L = \frac{R}{0.0p}$, będzie więc wartość gruntu $G = \frac{R}{0.0p} - Z_n$.

Zapas normalny, jako wartość początkowa renty rocznej skończonej będzie według wzoru $S = \frac{r \cdot (1.0p^n - 1)}{1.0p^n \cdot 0.0p}$, w którym podstawiając wartości za $S = Z_n$, $r = R$, $n = \frac{k}{2}$, otrzymamy

$$Z_n = \frac{R(1.0p^{\frac{k}{2}} - 1)}{1.0p^{\frac{k}{2}} \cdot 0.0p} \text{ a ponieważ wartość lasu } L = \frac{R}{0.0p}$$

$$\text{będzie } G = \frac{R}{0.0p} - \left(\frac{R}{0.0p} \cdot \frac{(1.0p^{\frac{k}{2}} - 1)}{1.0p^{\frac{k}{2}}} \right) = \frac{R}{0.0p} - \frac{R}{0.0p} \cdot$$

$$\left(1 + \frac{1}{1.0p^{\frac{k}{2}}} \right) = \frac{R}{0.0p} - \frac{R}{1.0p} - \left(\frac{R}{0.0p} \cdot \frac{1}{1.0p^{\frac{k}{2}}} \right) =$$

$$G = \frac{R}{0.0p} \cdot \frac{1}{1.0p^{\frac{k}{2}}}$$

$G = \frac{R}{0.0p} \cdot \frac{1}{1.0p^{\frac{k}{2}}}$, a ponieważ w lesie zagospodarowanym trwale jest $R = Dk + Ta + Tb + Tc + \dots - (k \cdot z + u)$, będzie więc wartość gruntu według rentowności całego obrębu gospodarczego

$$G = \frac{Dk + Ta + Tb + Tc + \dots - (k \cdot z + u)}{0.0p} \cdot \frac{1}{1.0p^{\frac{k}{2}}}$$

wartość zaś 1 ha otrzymamy dzieląc powyższy wynik przez ilość ha danego obrębu gospodarczego.

Z powyższego wzoru widzimy iż wartość gruntu, obliczona na podstawie wzoru Baura, równa się odprocentowanej do połowy kolei wartości lasu.

W każdym razie założenie Baura, jakoby zapas normalny był równy dochodowi w wieku rębności, pomnożonemu przez połowę lat kolei, $Dk \cdot \frac{k}{2}$ odpowiada pojęciu zapasu normalnego tylko mniej więcej pod względem masy lecz nigdy pod względem wartości kapitałowej.

Sposób ten obliczania wartości gruntu nie jest do zalecania, gdyż jak w części praktycznej obaczymy, daje bardzo niskie wyniki.

*Riebla. *)*

Sposób, według którego oblicza Riebel wartość gruntu według rentowności, oparty jest, jak sam przyznaje, nie zupełnie na prawdziwym założeniu, iż wartość gruntu równa się wartości początkowej renty lasowej od której rozchody bezpośrednio odjąć należy.

Byłoby więc według tego założeniu:

$$R = Dk + Ta + Tb + \dots - (k \cdot z + u), \text{ zaś}$$

$$G = \frac{R}{1.0p^k - 1}.$$

Do tej pory byłoby wszystko dobrze, gdyż na tem samem założeniu oparł swoją teorię obliczania wartości gruntu według rentowności Hönlinger, jak to później przy rozbiorze jego teorii zobaczymy, i jest to założenie zupełnie racjonalne. Nieprawdziwość tego sposobu obliczania wartości gruntu nie wpływa z poprzedniego założenia, ale raczej z zestawienia równania:

$$G = \frac{R}{1.0p^k - 1} = \frac{r \cdot k}{1.0p^k - 1}.$$

Równanie to tylko w tym wypadku może być rzetelne jeżeli w wyrazie $\frac{k}{1.0p^k - 1}$ za p . podstawiać będziemy odpowiednie dla różnych kolei, różne wysokości procentów.

Biuro leśne pruskiego ministerstwa rolnictwa postanawia użycie zamiast wyrazu $\frac{k}{1.0p^k - 1}$, czynnika $18 - \frac{k}{10}$, będzie zatem wartość gruntu

$$G = r \cdot \left(18 - \frac{k}{10} \right).$$

Niniejsza tabelka uwidoczni nam czynnik $18 - \frac{k}{10}$, dla różnych kolei i różnych p .

*) Riebel, Waldwertrechnung i t. d. r. 1912. Str. 93.

Kolej lat	p.	$18 - \frac{k}{10}$
10.	4.75.	17.
20.	4.25.	16.
30.	3.80.	15.
40.	3.50.	14.
50.	3.20.	13.
60.	3.00.	12.
70.	2.90.	11.
80.	2.80.	10.
90.	2.70.	9.
100.	2.60.	8.
110.	2.60.	7.
120.	2.50.	6.

Wzór powyższy daje wyniki tylko w przybliżeniu i za niskie, jak to obaczymy w przykładach. Nie zaleca się wcale do użytku.

Martineita.

Sposób obliczania wartości gruntu według Martineita jest najprostszy ze wszystkich, do dziś postawionych sposobów.

Martineit wyszedł z założenia, iż wartość gruntu według rentowności równą jest połowie skapitalizowanej rencie lasowej, przyczem używał przy obliczeniach prawdopodobnie stale za $p = 3.5\%$.

Według tego byłoby:

$$G = \frac{\frac{1}{2} r}{0.035} = \frac{R}{k} \cdot 14.3; \text{ dla } p = 3\%, \text{ byłoby}$$

$$G = \frac{\frac{1}{2} r}{0.03} = \frac{R}{k} \cdot 16.6$$

Niestety, sposób obliczania wartości gruntowej według rentowności, podany przez Martineita może być użyty tylko dla lasów, zagospodarowanych w niskich kolejach a to z tej przyczyny, ponieważ wykładnik stosunku wartości gruntu do wartości zapasu normalnego nie jest ilością stałą, lecz maleje równocześnie ze wzrostem kolei.

Dla udowodnienia powyższego twierdzenia niech posłuży następujące obliczenie.

Dla związłości obliczenia przyjmiemy w rachubę tylko dochód główny w wieku rębności $= Dk$, nie uwzględniając ani dochodów pośrednich ani też ubocznych, również jak i wydatków, będzie więc:

$$G = \frac{Dk}{1.0p^k - 1}, \text{ z czego renta gruntowa} = rg \text{ będzie}$$

$$\frac{Dk \cdot 0.0p}{1.0p^k - 1}, \text{ zaś renta lasowa} = rl \text{ będzie } \frac{Dk}{k} \text{ z czego}$$

$$rg : rl = \frac{Dk \cdot 0.0p}{1.0p^k - 1} : \frac{Dk}{k}.$$

Jeżeli w powyższej proporcji człon trzeci i czwarty pomnożymy przez $\frac{k}{Dk}$, co wartości proporcji wcale nie zmieni, otrzymamy:

$$rg : rl = \frac{Dk \cdot 0.0p \cdot k}{Dk \cdot 1.0p^k - 1} : \frac{Dk \cdot k}{Dk \cdot k} =$$

$$rg : rl = \frac{k \cdot 0.0p}{1.0p^k - 1} : 1$$

Przyjmując dla $k = 40$, dla $p = 3\%$ i podstawiając te wartości w powyższej proporcji, otrzymamy:

$$rg : rl = \left(\frac{40 \cdot 0.03}{2.26} \right) : 1 = rg : rl = 0.53 : 1.$$

W tym wypadku odpowiadałaby renta gruntowa mniej więcej połowie renty lasowej.

Inaczej rzecz się przedstawi, przyjmując za $k = 100$, za p jak poprzednio 3% , to będzie

$$rg : rl = \frac{100 \cdot 0.03}{18.22} : 1 = rg : rl = 0.164 : 1.$$

W tym wypadku wynosiłaby renta gruntowa tylko $\frac{1}{6}$ część renty lasowej.

Wiadomą jest rzeczą iż w miarę wzrostu kolei wzrasta w prostym stosunku renta lasowa, maleje zaś renta gruntowa, lecz czy ten spadek renty gruntowej odbywa się w takim stosunku, jakto powyżej na podstawie wzoru Martineita obliczono, wykaże następujące badanie.

Przyjmując w następujących obliczeniach $p = 3\%$, będzie stosunek renty gruntowej do renty lasowej obliczony według wzoru Martineita, wynosić:

Wzór Martineita.			Według dawnych wzorów	
W kolei	20 letniej	$20.0 \cdot 03.1 \cdot 24 =$	74%	74%
"	30 "	$30.0 \cdot 03.07 =$	63%	64%
"	40 "	$40.0 \cdot 03.044 =$	53%	55%
"	50 "	$50.0 \cdot 03.029 =$	44%	48%
"	60 "	$60.0 \cdot 03.02 =$	36%	41%
"	70 "	$70.0 \cdot 03.014 =$	29%	35%
"	80 "	$80.0 \cdot 03.01 =$	24%	31%
"	90 "	$90.0 \cdot 03.0075 =$	20%	26%
"	100 "	$100.0 \cdot 03.0055 =$	16.5%	23%
"	110 "	$110.0 \cdot 03.004 =$	13%	20%

Z powyższego zestawienia widzimy więc dowodnie iż wzór Martineita daje niedokładne wyniki i w wyższych kolejach za niskie i może być użyty tylko dla lasów zagospodarowanych w niskich kolejach.

Stötzera.)*

Stötzer podaje prosty sposób obliczania wartości gruntu według rentowności.

W tym sposobie stanowi wartość gruntu według rentowności różnicę między wartością lasu a wartością zapasu normalnego.

Zapas normalny należy obliczać na podstawie austriackiej taksy kameralnej.

Jeżeli wyjdziemy z założenia iż roczny przyrost bieżący danego lasu, równy jest przyrostowi przeciętnemu w wieku rębności, to masy dobrze zadrzewionych drzewostanów, począwszy od najmłodszego aż do najstarszego, oczywiście w lasach prawidłowo zagospodarowanych i o prawidłowym odstopniowaniu klas wieku, utworzą szereg arytmetyczny rosnący, którego ilość członów równać się będzie ilości lat przyjętej kolei.

Jeżeli przyrost przeciętny w wieku rębności oznaczmy przez m , kolej porębową przez k , to szereg ten przedstawi się następująco :

*) Waldwertrechnung, 4 wyd. r. 1908. Str. 112.

Wartość pieniężną zapasu normalnego zaleca Stötzer obliczać w ten sposób, ażeby obliczoną jego masę pomnożyć przez połowę ceny drewna, jaką przedstawia masa najstarszego członu szeregu mas, co równałoby się wartości pieniężnej połowy zapasu normalnego, pomnożonego przez cenę jednostkową drewna.

Według powyższego założenia, wzór dla obliczenia zapasu normalnego, przedstawiałby się następująco.

Przyjmując iż m_k , t. j. masa ostatniego członu szeregu mas lasu normalnego przedstawia nam rentę lasową $r \cdot k$, podstawiając zatem w wyrazie $m_k \cdot \left(\frac{k-1}{2}\right)$ za $m_k = rk$, otrzymamy $r \cdot k \cdot \left(\frac{k-1}{2}\right)$ a ponieważ wartość pieniężna zapasu normalnego, jak poprzednio powiedziano, równa się wartości pieniężnej połowie jego masy, będzie więc wartość jego

$$Z_n = r \cdot k \cdot \left(\frac{k-1}{2}\right) = r \cdot k \cdot \left(\frac{k-1}{4}\right) \text{ dla całego obrębu gospo-}$$

darczego, zaś dla jednostki powierzchni będzie

$$Z_n = r \cdot \left(\frac{k-1}{4}\right);$$

Ponieważ wartość lasu $= \frac{r}{0.0p} = \frac{r \cdot 100}{p}$, otrzymamy wartość gruntu

$$G = \frac{r \cdot 100}{p} - r \cdot \left(\frac{k-1}{4}\right) = r \left[\frac{100}{p} - \left(\frac{k-1}{4}\right) \right].$$

Ponieważ wzór $G = r \cdot \left[\frac{100}{p} - \left(\frac{k-1}{2}\right) \right]$ daje trochę za wysokie czynniki, radzi zatem Stötzer przyjąć w rachubę $\left(\frac{k-1}{3}\right)$, byłby więc wzór dla obliczenia wartości gruntu według rentowności

$$G = r \left[\frac{100}{p} - \left(\frac{k-1}{3}\right) \right].$$

Powyższy sposób obliczania wartości gruntu jest bezsprzecznie najracjonalniejszym, ponieważ tu tak wartość lasu, jak i wartość zapasu normalnego oblicza się na podstawie tych samych danych, a mianowicie na podstawie renty lasowej. *)

*) Jak sam Stötzer przyznaje, że przedstawiony powyż sposób obliczania wartości gruntu, nie jest jego sposobem, znalazł on go w zastosowaniu w pewnym niemieckim zarządzie lasów.

Ocenienie lasu i statystyka leśna.

Hönlingera.

W roku 1906. wystąpił H. Hönlinger w swoim dziele „Waldwertrechnung und forstliche Statik des jährlich nachhaltigen Betriebes“ — z nową teorią ocenienia wartości kapitałów w gospodarstwie leśnym czynnych i jakkolwiek poglądy Hönlingera spotkały się ze surową krytyką, ale kto wie czy te poglądy nie stworzą epoki w nauce ocenienia lasu.

Hönlinger wychodzi z założenia iż w lesie zagospodarowanym trwale, ostatni, t. j. k letni człon szeregu mas, który corocznie przychodzi do zużytkowania, będąc przedstawicielem przyrostu rocznego całego lasu, względnie obrębu gospodarczego, powinien swoim rocznym dochodem pokryć natychmiast wszystkie roczne bieżące wydatki na opędzenie kosztów zarządu, podatków i uprawy.

Na podstawie powyższego założenia oblicza Hönlinger wartość kapitałową gruntu według rentowności w sposób następujący :

W lesie, zagospodarowanym trwale, wartość jednorocznego drzewostanu, stanowi jednoroczny dochód z gruntu, na którym rośnie i posiada zatem wartość $G \cdot (1 \cdot 0p - 1)$; analogicznie będzie wartość dwuletniego $G \cdot (1 \cdot 0p^2 - 1)$ i t. d.

Zadaniem więc dochodu czystego będzie, oprocentować nie tylko wartość kapitałową gruntu, ale również i sumę wszystkich narosłych procentów, $G \cdot (1 \cdot 0p - 1) + G \cdot (1 \cdot 0p^2 - 1)$ i t. d., które w ciągu kolei stały się kapitałem stałym, przedstawiającym wartość nagromadzonego zapasu na pniu.

Suma tych, oprocentować się mających wartości, przedstawi się następująco :

$$\begin{array}{rcl}
 \text{Grunt po wycięciu drzewostanu} & = & G. \\
 \text{„ i jednoroczny drzewostan} & = & G \cdot 1 \cdot 0p \\
 \text{„ i 2 letni drzewostan} & = & G \cdot 1 \cdot 0p^2 \\
 \text{„ i 3 „ „} & = & G \cdot 1 \cdot 0p^3 \\
 & & \cdot \\
 & & \cdot \\
 & & \cdot \\
 \text{„ i (k-2) „ „} & = & G \cdot 1 \cdot 0p^{k-2} \\
 \text{„ i (k-1) „ „} & = & G \cdot 1 \cdot 0p^{k-1}
 \end{array}$$

Suma tych wartości będzie :

$$G(1 + 1 \cdot 0p + 1 \cdot 0p^2 + 1 \cdot 0p^3 + \dots + 1 \cdot 0p^{k-2} + 1 \cdot 0p^{k-1}).$$

Wielomian, objęty nawiasem, tworzy szereg geometryczny, rosnący którego pierwszym wyrazem jest 1, zaś stałym ilorazem $1 \cdot 0p$. Suma zatem tego szeregu będzie według wzoru $S = \frac{a(q^n - 1)}{q - 1}$ i jeżeli podstawimy wartości za $a = 1, q = 1 \cdot 0p, n = k$,

$$G = 1 \cdot \frac{(1 \cdot 0p^k - 1)}{1 \cdot 0p - 1} = \frac{G \cdot (1 \cdot 0p^k - 1)}{0 \cdot 0p}.$$

Zadaniem zatem czystego dochodu będzie, powyż obliczoną wartość corocznie trwale oprocentować; jednoroczna zatem prowizja tej wartości musi być równa czystemu dochodowi, będzie zatem:

$\frac{G(1 \cdot 0p^k - 1)}{0 \cdot 0p} \cdot 0 \cdot 0p = R = G \cdot (1 \cdot 0p^k - 1) = R$, z czego otrzymamy $G = \frac{R}{1 \cdot 0p^k - 1}$ a ponieważ $R = D_k - (k \cdot z + u)$ podstawiając w powyższym wzorze za $R = D_k - (k \cdot z + u)$ otrzymamy:

$$G = \frac{D_k \dots - (k \cdot z + u)}{1 \cdot 0p^k - 1}.$$

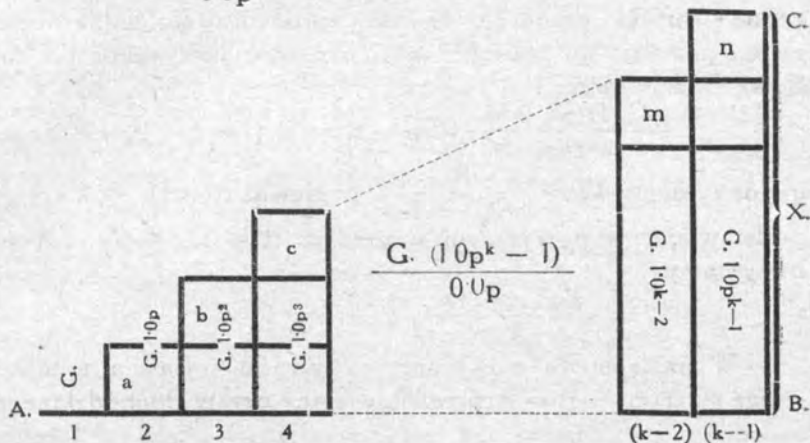
W następstwie powyższego wywodu wyjaśnia autor iż wyraz $G \cdot (1 \cdot 0p^k - 1) = R$ przedstawiający czysty dochód danego obrębu gospodarczego, nie jest narosłym w okresie k letnim, procentem składanym wartości tego gruntu, na którym wycięty drzewostan się znajdował, gdyż z wywodu wynika jasno i dobitnie, iż w rzeczywistości przedstawia on roczne bieżące oprocentowanie wartości całego obrębu gospodarczego, zarazem równa się wartości procentowej k tej części gruntu danego obrębu gospodarczego, łącznie z procentem składanym, narosłym w k letnim okresie.

Dla lepszego zrozumienia przedstawimy powyższy wywód graficznie.

Dajmy na to, iż linja pozioma A, B, przedstawia nam powierzchnię całego obrębu gospodarczego, jeżeli tę linję podzielimy na tyle odcinków, ile lat wynosi przyjęta kolej porębowa, wówczas otrzymamy przestrzeń gruntu rocznego zrębu. Jeżeli w końcowych punktach tych odcinków wykreślimy prostopadłe i naniesimy na nich po kolei masy 1. roczn. 2, 3, ... $(k-2), (k-1)$ letniego drzewostanu, otrzymamy prostokąty, które nam przedstawiają wartość gruntu, wraz z narosłym na tej wartości procentem składanym $= G, G \cdot 1 \cdot 0p, G \cdot 1 \cdot 0p^2, G \cdot 1 \cdot 0p^{k-2} + G \cdot 1 \cdot 0p^{k-1}$.

Suma tych wartości $\frac{G \cdot (1 \cdot 0p^k - 1)}{0 \cdot 0p}$, przedstawi nam wartość całego obrębu gospodarczego, zaś najstarszy człón, jako przedstawiciel przyrostu całego obrębu gospodarczego, a temsamem jako jednoroczna renta gruntowa, będzie

$$\frac{G \cdot (1 \cdot 0p^k - 1)}{0 \cdot 0p} \cdot 0 \cdot 0 = G \cdot (1 \cdot 0p^k - 1) = R.$$



A, B. Powierzchnia obrębu gospodarczego —

1, 2, 3, 4 ... (k-2), (k-1) = $\frac{G}{k}$, powierzchnie zrębów,

A, B, C. Suma wartości końcowych tych rent, czyli wartości gruntu wraz z narosłym procentem składanym w okresie k letnim = $\frac{G \cdot (1 \cdot 0p^k - 1)}{0 \cdot 0p}$;

$a + b + c \dots + m + n = x = (k \text{ letni człón szeregu mas})$ równa się sumarycznemu przyrostowi rocznemu, czyli rocznej bieżącej rencie gruntowej = $G \cdot (1 \cdot 0p^k - 1) = R$, a ponieważ roczna, bieżąca, czysta renta gruntowa, nie uwzględniając na razie trzebieży, będzie:

$R = D_k - (k \cdot z + u)$, otrzymamy wartość gruntu według rentowności $G = \frac{D_k - (k \cdot z + u)}{1 \cdot 0p^k - 1}$.

Trzebieże.

Ponieważ wartość lasu $Lw = \frac{D_k + T_a + T_b + \dots - (k \cdot z + u)}{0 \cdot 0p}$
 równa się $\frac{k \cdot D_k + T_a + T_b + \dots - (k \cdot z + u)}{1 \cdot 0p^k - 1}$ będzie zatem
 wartość gruntu całego obrębu gospodarczego
 $k \cdot G = k \cdot \frac{[D_k + T_a + T_b + \dots - (k \cdot z + u)]}{1 \cdot 0p^k - 1}$ zaś dla jednostki
 powierzchni,

$$G = \frac{D_k + T_a + T_b + \dots - (k \cdot z + u)}{1 \cdot 0p^k - 1}.$$

Uwzględniając coroczne równe wpływy z dochodów ubocznych, jak z polowania, pastwiska, zbierania malin, poziomek, grzybów i t. p., które wyłącznie są dochodami z gruntu a których skapitalizowana wartość będzie $\frac{n}{0 \cdot 0p}$, przedstawi się nam wzór dla obliczenia wartości gruntu według Hönlingera.

$$G = \frac{D_k + T_a + T_b + \dots - (k \cdot z + u)}{1 \cdot 0p^k - 1} + \frac{n}{0 \cdot 0p}.$$

Zestawmy teraz oba wzory, t. j. wzór dawny z wzorem Hönlingera i zbadajmy na czem polega ich różnica. Dla skrócenia przyjmę tylko jedną trzebież i wypuszczę dochody uboczne jako równobrzmiące w obu wzorach.

Wzór dawny:

$$G = \frac{D_k + T_a \cdot 0p^{k-a} + \dots - u \cdot 0p^k}{1 \cdot 0p^k - 1} - \frac{z}{0 \cdot 0p}.$$

Wzór Hönlingera:

$$G = \frac{D_k + T_a + \dots - (k \cdot z - u)}{1 \cdot 0p^k - 1}.$$

Widzimy więc iż $\frac{D_k}{1 \cdot 0p^k - 1}$, jako wartość początkowa renty okresowej, wieczystej, względnie renty rocznej w lasach zagospodarowanych trwale, występuje w obu wzorach w jednakich wartościach.

Trzebieże $\frac{T \cdot 1.0p^{k-a}}{1.0p^k - 1}$ i $\frac{T_a}{1.0p^k - 1}$, różnią się między sobą i wartość trzebieży, obliczona na podstawie dawnego wzoru jest tylko nieznacznie większą aniżeli na podstawie wzoru Hönlingera, a mianowicie; — jeżeli od wartości pierwszej odejmiemy wartość drugiej, otrzymamy różnicę $\frac{T_a \cdot 1.0p^{k-a}}{1.0p^k - 1} - \frac{T_a}{1.0p^k - 1} = \frac{T_a(1.0p^{k-a} - 1)}{1.0p^k - 1}$, która się równa wartości początkowej narosłego procentu składanego w czasie od dokonania trzebieży do końca kolei.

Dla T_{60} w kolei lat 80 i $p = 3\%$ przedstawi się rachunek cyfrowo następująco; jeżeli z trzebieży uzyskamy 168 Mk.

$$\frac{168 \cdot 1.81}{9.64} - \frac{168}{9.64} = 31.53 - 17.42 = 14.11 \text{ Mk}$$

Dla T_{30} , jeżeli z trzebieży uzyskamy 44 Mk. będzie

$$\frac{44 \cdot 4.38}{9.64} - \frac{44}{9.64} = 20.00 - 4.56 = 15.44 \text{ Mk.}$$

Widzimy więc że trzebieże wpływają w pewnej mierze na wysokość wartości gruntu według rentowności, obliczonej na podstawie dawnego wzoru, i to w prostym stosunku o ile wcześniej się pojawiają, gdy tymczasem wysokość wartości gruntu, obliczonej na podstawie wzoru Hönlingera jest od czasu, w którym trzebieże wpływają zupełnie niezawisłą.

Jestto bardzo ważna okoliczność, szczególnie dla lasów zagospodarowanych systemem Judeicha, drzewostanami, którego podstawą jest uzyskanie najwyższej renty gruntowej. Opierając więc obliczenie renty gruntowej na dawnym wzorze, należałoby prowadzić trzebieże, w celu uzyskania wyższej renty bardzo wcześnie, przez co możnaby naruszyć ogólne prawa leśno gospodarcze.

Koszta uprawy.

$$\text{Według dawnego wzoru} = \frac{u \cdot 1.0p^k}{1.0p^k - 1};$$

$$\begin{aligned} \text{Według wzoru Hönlingera} &= \frac{u}{1.0p^k - 1}; \text{ różnica} = \\ &= \frac{u \cdot 1.0p^k}{1.0p^k - 1} - \frac{u}{1.0p^k - 1} = \left(u + \frac{u}{1.0p^k - 1} \right) - \frac{u}{1.0p^k - 1} = \\ &= u + \frac{u}{1.0p^k - 1} - \frac{u}{1.0p^k - 1} = u. \end{aligned}$$

Są więc koszta uprawy, obliczone na podstawie wzoru Hönlingera o u Mp. mniejsze, aniżeli na podstawie dawnego wzoru.

Cyrowo przedstawi się rachunek następująco :

Przyjmując koszt uprawy na $1\text{ ha} = 100\text{ Mk.}$

$$\text{będzie: } \frac{100 \cdot 10 \cdot 64}{9 \cdot 64} - \frac{100}{9 \cdot 64} = 110 \cdot 37 - 10 \cdot 37 = 100\text{ Mk.}$$

Widzimy więc iż koszta uprawy, obliczone na podstawie dawnego wzoru, jako wartość odjemna, wywierają dość znaczny wpływ na umniejszenie wartości gruntu według rentowności.

Koszta zarządu.

Koszta zarządu występują w dawnym wzorze jako kapitał zarządu, czyli jako wartość początkowa renty rocznej wieczystej, jako wyraz $\frac{z}{0 \cdot 0p}$, zaś we wzorze Hönlingera jako wyraz

$\frac{k \cdot z}{1 \cdot 0p^k - 1}$, który przedstawia wartość początkową kosztów zarządu całego obrębu gospodarczego, $= k \cdot z$, gdzie z przedstawia koszta na jednostce powierzchni.

Różnica, jaka zachodzi między tymi dwoma sposobami obliczania, przedstawi się następująco :

$$\frac{z}{0 \cdot 0p} - \frac{k \cdot z}{1 \cdot 0p^k - 1} = z \left(\frac{1}{0 \cdot 0p} - \frac{k}{1 \cdot 0p^k - 1} \right).$$

Przyjmując koszta zarządu na $1\text{ ha} = 9\text{ Mp.}$, i podstawiając tę wartość w powyższym wyrazie, otrzymamy :

$$9 \cdot \left(\frac{1}{0 \cdot 03} - \frac{80}{9 \cdot 64} \right) = (33 \cdot 33 - 8 \cdot 29) \cdot 9 = 225 \cdot 26\text{ Mp.}$$

Przedstawiają się zatem koszta zarządu obliczone na podstawie dawnego wzoru o $255 \cdot 36\text{ Mp.}$ większe, aniżeli na podstawie wz. Hönlingera, i to właśnie jest główną przyczyną dla czego nieraz oblicza się wartość gruntu według rentowności, pomimo niezaprzeczonej rentowności lasu, z wartością ujemną albo bardzo niską dodatnią.

Dla cyfrowego poparcia powyższego wywodu niech posłużą następujące obliczenia.

Przyjmując Feistmantla tablice 3 kl. zamożności dla buka — $D_k = 756\text{ Mp.}$ $T_{80} = 44\text{ Mp.}$; $u = 100\text{ Mp.}$; $z = 9\text{ Mp.}$; $p = 3\%$ obliczy się wartości gruntu według rentowności w kolejki.

	Według wzoru dawnego.	Hönlingera.
40 letniej	— 84 Mp.	155 Mp.
50 "	— 2 "	244 "
60 "	120 "	367 "
70 "	146 "	391 "
80 "	155 "	395 "
90 "	110 "	346 "

Z powyższego zestawienia widzimy iż w roku 40 i 50 — oblicza się wartość gruntu według rentowności na podstawie dawnego wzoru, jako wartości ujemne, gdy obliczone wartości na podstawie wzoru Hönlingera dają wyniki dodatnie i znacznie większe.

Będąc zwolennikiem teorii Hönlingera na poparcie słuszności tej teorii przytoczę dowód, który unaocznia o ile teoria starej szkoły odbiega od teorii Hönlingera.

Jeżeli przyjmiemy we wzorze dla obliczenia wartości lasu i wartości gruntu według rentowności za $k=1$, wówczas wartość lasu musi być równa wartości gruntu, ponieważ w koleji $k=1$, nie ma w lesie żadnego zapasu drzewa na pniu — będzie więc według wzoru Hönlingera.

$$L_k = \frac{D_k - k \cdot z - u}{0.0p} \cdot G_k = \frac{k \cdot D_k - k \cdot z - u}{1.0p^k - 1}, \text{ jeżeli podstawimy za } k=1 \text{ otrzymamy: } L_1 = \frac{D_1 - z - u}{0.0p}; G_1 = \frac{D_1 - z - u}{0.0p}.$$

Jak widzimy te dwie ilości są sobie równe. Inaczej rzecz się przedstawi, jeżeli przyjmiemy dawne wzory.

$$L_k = \frac{D_k - k \cdot z - u}{0.0p}; G_k = \frac{k \cdot D_k - u \cdot 1.0p^k}{1.0p^k - 1} - k \cdot Z \text{ dla } k=1 \text{ będzie } L_1 = \frac{D_1 - z - u}{0.0p}; G_1 = \frac{D_1 - z - u \cdot 1.0p}{0.0p}.$$

Okołiczności wpływające na wysokość wartości gruntu według rentowności.

Przy obliczaniu wartości gruntu według rentowności, należy przede wszystkim zwrócić uwagę na stan lasów i sposób ich zagospodarowania.

Skoro w lasach panują normalne warunki gospodarcze, lub do normalnych zbliżone, należy je wziąć jako podstawę obliczenia wartości gruntu. Skoro zaś w lasach panują warunki nieprawidłowe, drzewostany są źle zadrzewione; mało jest starodrzewia i przeważają młodniki i zapusty, wówczas należy zbadać w jaki sposób możnaby te lasy przyprowadzić do stanu normalnego, obliczyć na podstawie tych kładów odpowiednie spodziewane dochody i te wziąć za podstawę do obliczenia wartości gruntu według rentowności.

Rodzaj drzewa i sposób gospodarowania.

Wiadomo iż lasy, zadrzewione różnymi rodzajami drzew, przynoszą rozmaite dochody. Lasy o drzewostanach szpilkowych, w szczególności świerkowe i jodłowe dają znacznie wyższe dochody aniżeli lasy liściaste, chociażby i dębowe.

Lasy zagospodarowane niskopiennie, dają wyższą rentę gruntową, aniżeli wysokopiennie, temsamem i wyższą wartość gruntu według rentowności.

Wysokość kolei.

Ponieważ drewno drzewostanów młodych, albo wcale nie albo bardzo trudno zbyć można, obliczona więc wartość gruntu według rentowności da bardzo niskie wyniki.

Powyższe zjawisko dotyczy w przeważnej mierze drzewostanów, które już ze swej istoty wysokopiennie zagospodarowane być muszą.

Ze wzrostem kolei wzrasta wartość gruntu, a doszedłszy do punktu kulminacyjnego, następnie powoli opada, jednakowoż trochę powolniej aniżeli wzrastała.

Twierdzenie powyższe da się udowodnić w sposób następujący.

Jeżeli wartość gruntu wyrazimy dla krótkości przez

$\frac{D_k}{1.0p^k - 1} = \frac{R}{1.0p^k - 1}$ i przyjmiemy iż R jest ilością stałą będzie iloczyn R. $\frac{1}{1.0p^k - 1}$ zależny od ułamka $\frac{1}{1.0p^k - 1}$ zaś wartość tego ułamka od mianownika $1.0p^k - 1$, który ze wzro-

stem kolei = k , również wzrasta, a tem samem maleje ułamek $\frac{1}{1.0p^k - 1}$, musi więc bezwarunkowo maleć i wyraz $R \cdot \frac{1}{1.0p^k - 1}$.

N. p. Wartość początkowa renty w wysokości 100 Mp. będzie przy 3%.

po $k = 20$ lat = 124 Mp.	po $k = 80$ lat = 10 Mp.
„ $k = 40$ „ = 40 „	„ $k = 100$ „ = 5 „
„ $k = 60$ „ = 20 „	„ $k = 120$ „ = 3 „

Stopa procentowa, przyjęta w rachunku.

Największy wpływ na wysokość wartości gruntu według rentowności, wywiera bezsprzecznie wysokość przyjętej w rachunku stopy procentowej.

Im wyższą stopę procentową przyjmiemy w rachunku, tem niższą obliczymy wartość gruntu według rentowności. Zjawisko to wypływa z tej prostej przyczyny iż mniejszy kapitał, aby dać taki sam dochód co większy, musi być wyżej oprocentowany i odwrotnie, wyżej oprocentowany kapitał jest zawsze mniejszy aniżeli niżej oprocentowany, przy tych samych dochodach.

N. p. Dla jednostki dochodu, $r = 1$, będzie wartość kapitałowa o procencie $0.0p$, jak następuje:

$$\begin{aligned} \text{Przy } 1\% &= \frac{1}{0.01} = 100 : 1 = 100; \\ \text{„ } 2\% &= \frac{1}{0.02} = 100 : 2 = 50, \\ \text{„ } 3\% &= \frac{1}{0.03} = 100 : 3 = 33.33, \\ \text{„ } 4\% &= \frac{1}{0.04} = 100 : 4 = 25, \\ \text{„ } 5\% &= \frac{1}{0.05} = 100 : 5 = 20. \end{aligned}$$

Przyjmijmy iż wartość kapitałowa gruntu G , równa się $G = r \cdot \frac{1}{0.0p}$ i przyjmując iż r jest ilością stałą, wysokość ilo-

czynu r. $\frac{1}{0.0p}$ zależną będzie od zmienności ułamka $\frac{1}{0.0p}$, który, w miarę wzrostu p w mianowniku, będzie malał, a temsamem maleć będzie i iloraz r. $\frac{1}{0.0p}$ a zatem i G, jako funkcja powyższego ilorazu.

G. Hayer podaje następujący przykład:

Przyjmując za podstawę do obliczania dochodu z lasu, Burkhardta tablice wydajności dlo świerka; jako wydatki 20 Mp, kosztów uprawy; 36 Mp. kosztów zarządu, wszystko na 1 ha, oblicza wartość gruntu według rentowności:

	w	koleji	20	—	40	—	60	—	80	—	100	letniej
przy	3%	=	44	—	174	—	341	—	318	—	203	Mp.
„	2%	=	31	—	385	—	808	—	883	—	701	„

Widzimy więc iż, w tych samych warunkach, przy przyjęciu w rachubę 2%, oblicza się znacznie wyższe wartości gruntu według rentowności, aniżeli przy przyjęciu 3%, ponadto oblicza się najwyższą wartość gruntu przy 3% na rok 60-ty, przy 2% na rok 80 ty.

Tu muszę zaznaczyć iż jakkolwiek wartość gruntu według rentowności, obliczona na podstawie wzoru Hönlingera jest znacznie wyższą, aniżeli na podstawie dawnego wzoru — pomimo to czas, dla którego oblicza się najwyższą wartość gruntu, jest w obu sposobach obliczania jeden i ten sam, jak to widzimy w poprzednim przykładzie, gdzie najwyższą wartość gruntu, obliczona według obu sposobów, przypada na rok 80 ty.

Czas, w którym dochody pośrednie i uboczne wpływają.

Wywody tutaj naprowadzone odnoszą się tylko do sposobu obliczania wartości gruntu według rentowności na podstawie dawnych wzorów, gdyż na sposób obliczania wartości gruntu według wzoru Hönlingera, jak już poprzednio powiedziano, czas, w którym dochody pośrednie i uboczne wpływają nie wywiera żadnego skutku na wysokość obliczonej wartości gruntu według rentowności.

Wartość dochodów pośrednich i ubocznych, doprocentowana na koniec kolejki, do tem większej sumy wzrasta im

wcześniej dochody te wpływają, podnoszą temsamem wartość gruntu według rentowności.

Ponieważ wartość końcowa trzebieży, która w roku a wpłynęła, będzie $T_a, 1'0p^{k-a}$, zatem im wcześniej jakaś trzebież wykonana zostanie, przyczem jednak prawideł gospodarczych naruszać nie należy, temsamem większą będzie różnica $k - a$, w skutek czego wzrośnie wartość czynnika $1'0p^{k-a}$, co spowoduje większą wartość końcową docnodu z trzebieży.

*Koszta zarządu. *)*

Różne i co roku równe kosztu zarządu, jak naczelne kierownictwo gospodarką, ochrona lasu, podatki, budowle leśne, o ile nie występują sporadycznie i t. p. $\equiv z$, możemy uważać jako rentę roczną wieczystą, której wartość kapitałowa będzie:

$$Z = \frac{z}{0'0p}$$

Wyraz $Z = \frac{z}{0'0p}$, zowiemy kapitałem zarządu.

Te kosztu wywierają największy wpływ na wysokość wartości gruntu według rentowności, ponieważ ich wartość kapitałową, bezpośrednio od wartości kapitałowej gruntu odjętą być musi.

I tak n. p. jedna korona tych kosztów na 1 ha, zmniejsza wartość gruntu przy

$$p = 2\%, 2'5\%, 3\%$$

o 50. 40. 33.33 Mp, podczas gdy dochód główny w wieku rębności może być na 1 ha.

o 300; — 400; — 500 Mp. mniejszy ażeby podobną zniżkę wywołać.

Poniższy przykład nam to jeszcze dokładniej unaoczní.

Przyjmując iż roczne kosztu zarządu na 1 ha wynoszą 6 koron, to ich wartość kapitałowa będzie

$$\text{przy } 2\% = \frac{6}{0'02} = 300 \text{ Mp.}$$

$$\text{„ } 2'5\% = \frac{6}{0'025} = 240 \text{ „}$$

*) Wywody tutaj podane, odnoszą się tylko do dawnego wzoru, a nie do dotychczas wzoru Hönlíngera.

$$\text{przy } 3\% = \frac{6}{0.05} = 200 \text{ Mp.}$$

Przyjmując zaś iż te koszty zwiększą się o 1 Mp. na ha, to ich wartość kapitałowa będzie wynosić

$$\text{przy } 2\% = \frac{7}{0.02} = 350 \text{ Mp.}$$

$$„ \quad 2.5\% = \frac{7}{0.025} = 280 \quad „$$

$$„ \quad 3\% = \frac{7}{0.03} = 233.33 \quad „$$

Różnica zatem, jak poprzednio powiedziano wyniesie przy 2% = 50 Mp. przy 2.5% 40 Mp. przy 3% = 33.33 Mp.

Taki sam skutek wywrze ubytek dochodu głównego w kole 90-cio letniej w wysokości, przy

$$2\% = 300 \text{ Mp. wartość ich początkowa będzie } \frac{300}{5.94} = 50.5 \text{ Mp.}$$

$$2.2\% = 400 \quad „ \quad „ \quad „ \quad „ \quad \frac{400}{9.2} = 43.4 \quad „$$

$$3\% = 500 \quad „ \quad „ \quad „ \quad „ \quad \frac{500}{14.3} = 34.8 \quad „$$

Koszta uprawy.)*

Koszta uprawy wpływają również ujemnie na wysokość wartości gruntu według rentowności, wpływ ten jest nawet dość znaczny, jak to w następstwie wykazemy.

Jak wiadomo koszty uprawy oblicza się na podstawie wzoru:

$$\frac{u \cdot 1.0p^k}{1.0p^k - 1} = u \left(1 + \frac{1}{1.0p^k - 1} \right) = u + \frac{u}{1.0p^k - 1}.$$

Ponieważ w tym wzorze jednorazowy wydatek = u pozostaje niezmienny, a zmienia się tylko ułamek $\frac{u}{1.0p^k - 1}$, któ-

*) Wywody tu naprowadzone dotyczą tylko starego wzoru, a nie wzoru Hönlíngera.

ry w miarę wzrostu kolei = k maleje, temsamem maleją i koszty uprawy przy przyjęciu wyższych kolei.

Przyjawszy iż jednorazowy wydatek na uprawę $u = 1$, to wartość kapitałowa tego wydatku będzie:

dla kolei $k = 50$ lat $= 1.3$; dla kolei $k = 80$ lat $= 1.1$
 „ „ $k = 60$ „ $= 1.2$; „ „ $k = 90$ „ $= 1.08$
 „ „ $k = 70$ „ $= 1.1$; „ „ $k = 100$ „ $= 1.05$.

Jaki skutek ujemny wywierają koszty uprawy na wysokość wartości gruntu według rentowności unaocznia nam to najlepiej przykład cyfrowy.

Dajmy na to iż koszty uprawy z 1 ha wynoszą na początku kolei 200 Mp, to wartość ich końcowa będzie według wzoru $\frac{k \cdot 1.0p^k}{1.0p^k - 1}$, przyjmując w rachubę 3%, w kolei:

$$\begin{array}{ll} 50 \text{ latniej, } & \frac{200.3.30}{3.38} = 259 \text{ Mp.} \\ 60 \text{ „} & \frac{200.5.89}{4.89} = 241 \text{ „} \\ 70 \text{ „} & \frac{200.7.91}{6.91} = 229 \text{ „} \\ 80 \text{ „} & \frac{200.10.64}{9.64} = 221 \text{ „ i t. d.} \end{array}$$

Jak widzimy, koszty te maleją wprawdzie z każdym dziesiętnikiem lat, stanowią jednak dość poważną cyfrę, wpływającą ujemnie na wartość gruntu według rentowności.

Odnowienie zatem lasów naturalne, nie wymagające żadnych nakładów na uprawę, albo nieznacznego tylko wydatku na ewentualne poprawki, jest ze względów na gospodarkę finansową, najracjonalniejsze.

Wartość według wyłożonych kosztów.

Pod wartością gruntu według wyłożonych kosztów, rozumiemy sumę wydatków, poczynionych celem nabycia i przysposobienia danego gruntu pod uprawę.

Te koszta składają się oprócz z kosztów zakupu gruntu i przysposobienia go pod uprawę, także i z odsetków, które na powyższych kosztach narosną aż do czasu w którym grunt będzie przydatny pod uprawę.

Ten sposób ocenienia gruntu znajduje w leśnictwie bardzo małe zastosowanie, gdyż najczęściej grunta leśne nie wymagają żadnych znacznych nakładów na melioracje.

Jeżeli cenę kupna gruntu wyrazimy przez $= a$; koszt przysposobienia go pod uprawę $= b$; uiszczane corocznie podatki $= c$, a grunt ten dopiero w roku x stał się zdolnym pod uprawę, to wartość jego według wyłożonych kosztów będzie :

$$G = a \cdot 1.0p^x + b \cdot 1.0p^x + c \left(\frac{1.0p^x - 1}{0.0p} \right).$$

Wartość sprzedażna. (Targowa).

Pod wartością sprzedażną gruntu rozumiemy tę wartość, jaką nadajemy danemu gruntowi w porównaniu z ceną uzyskaną z dokonanych sprzedaży podobnych gruntów.

Wartość sprzedażna gruntu jest wartością więcej miejscową i zależną od bardzo wielu okoliczności.

Wogóle ta metoda szacowania gruntów leśnych nie znajduje w ocenieniu lasów wcale żadnego zastosowania.

2. Obliczanie wartości drzewostanów.

Wartość drzewostanów obliczyć możemy albo według :

- a) Wartości spodziewanej ;
- b) Wyłożonych kosztów ;
- c) Wartości sprzedażnej (Targowej).

a) *Wartość spodziewana.*

Pod wartością spodziewaną drzewostanu, rozumiemy tę wartość jaka się obliczy na podstawie spodziewanych dochodów i wydatków — od rzeczywistego wieku drzewostanu, t. j. wieku, dla którego wartość obliczamy, aż do wieku jego rębności, czyli do końca kolejki. Różnica zatem między sumą wartości

początkowych wszystkich, obliczonych na rok rzeczywistego wieku drzewostanu aż do czasu jego rębności spodziewanych dochodów, a sumą wartości początkowych wszystkich, na rok rzeczywistego wieku drzewostanu aż do czasu jego rębności wydatków, daje wartość spodziewaną drzewostanu.

Obliczenie wartości początkowych dochodów.

Dochód główny w wieku rębności.

Jeżeli dochód główny w wieku rębności oznaczmy przez D_k ; wiek rębności przez $= k$; rzeczywisty wiek drzewostanu $= m$, to wartość początkowa tego dochodu, obliczona na rok m ty będzie:

$$\frac{D_k}{1.0p^{k-m}}.$$

Dochody pośrednie.

Jeżeli dochód pośredni $= T_n$, wpłynie w roku n , gdzie n jest większe aniżeli wiek drzewostanu $= m$, dla którego wartość obliczamy, to wartość początkowa tych dochodów, obliczona na rok m -ty będzie:

$$\frac{T_n}{1.0p^{n-m}}.$$

Jeżeli w tym wyrazie, dla uzyskania wspólnego mianownika z wzorem dla obliczenia dochodu głównego, tak licznik jak i mianownik pomnożymy przez $1.0p^k$, otrzymamy:

$$\frac{T_n \cdot 1.0p^k}{1.0p^k \cdot 1.0p^{n-m}} = \frac{T_n \cdot 1.0p^k}{1.0p^k} : \frac{1.0p^n}{1.0p^m} = \frac{T_n \cdot 1.0p^{k-n}}{1.0p^{k-m}}.$$

Analogicznie do powyższego obliczenia możemy obliczyć wartość dochodów pośrednich, które w latach $o \dots q$ wpływają, gdzie $o \dots q$ — musi być większe od m , będzie zatem:

$$\frac{T_o \cdot 1.0p^{k-o}}{1.0p^{k-m}}; \quad \frac{T_q \cdot 1.0p^{k-q}}{1.0p^{k-m}}.$$

Dochody pośrednie, które przed rokiem m , t. j. przed wiekiem drzewostanu, dla którego wartość obliczamy, wpłynęły, nie mają, na obliczyć się mającą wartość spodziewaną drzewostanu, żadnego wpływu i nie należy je bezwarunkowo wprowadzać w rachubę.

Również nie należy wprowadzać w rachubę dochodów ubocznych, które są wyłącznie dochodami z gruntu.

Obliczanie wartości początkowych rozchodów.

Renta gruntowa.

Ponieważ drzewostan m letni, do jego wieku rębności, jeszcze $k-m$ lat na gruncie pozostawiony być musi, zatem suma wartości początkowych rocznej renty gruntowej $G \cdot 0 \cdot 0p$, $(k-m)$ razowej, stanowi poniekąd koszt produkcji drzewostanu.

Koszt obliczony na rok m -ty będzie wynosić:

$$\frac{G \cdot 0 \cdot 0p}{1 \cdot 0p} + \frac{G \cdot 0 \cdot 0p}{10p^2} + \dots + \frac{G \cdot 0 \cdot 0p}{10p^{k-m}}.$$

Jeżeli w powyższym szeregu wyłączymy $\frac{G \cdot 0 \cdot 0p}{10p}$ za nawias, otrzymamy:

$$\frac{G \cdot 0 \cdot 0p}{1 \cdot 0p} \left(1 + \frac{1}{1 \cdot 0p} + \frac{1}{10p^2} + \dots + \frac{1}{1 \cdot 0p^{k-m}} \right),$$

a skoro zesumujemy wyraz objęty nawiasem, który jest szeregiem geometrycznym, malejącym skończonym, według wzoru $a \cdot \frac{(1-q^n)}{1-q}$, i podstawimy wartość za $a = 1$, za $q = \frac{1}{1 \cdot 0p}$, za $n = (k-m)$, otrzymamy:

$$1. \frac{\left[1 - \left(\frac{1}{10p} \right)^{k-m} \right]}{1 - \frac{1}{10p}} = \frac{1 - \left(\frac{1}{1 \cdot 0p} \right)^{k-m}}{1 - \frac{1}{1 \cdot 0p}} =$$

$$\frac{1 \cdot 0p^{k-m} - 1}{1 \cdot 0p^{k-m}} : \frac{10p - 1}{10p} = \frac{1 \cdot 0p^{k-m} - 1}{1 \cdot 0p^{k-m}} : \frac{10p}{1 \cdot 0p},$$

Ocenienie lasu i statystyka leśna.

zatem suma wartości początkowych w roku $(k-m)$, m rocznej renty gruntowej, będzie:

$$\frac{G \cdot 0.0p}{1.0p} \cdot \frac{(1.0p^{k-m}-1)}{1.0p^{k-m}} \cdot \frac{1.0p}{0.0p} = \frac{G \cdot (1.0p^{k-m}-1)}{1.0p^{k-m}} =$$

$$\frac{G \cdot 1.0p^{k-m}}{1.0p^{k-m}} - \frac{G}{1.0p^{k-m}} = G - \frac{G}{1.0p^{k-m}}.$$

Koszta zarządu.

Jeżeli roczne koszty zarządu oznaczmy $= z$ i uważać je będziemy jako rentę roczną od kapitału, zatem $z = Z \cdot 0.0p$, to suma wartości początkowych kosztów zarządu, jako renty rocznej malejącej skończonej, wpływającej w okresie $(k-m)$ letnim, utworzy szereg geometryczny:

$$\frac{Z \cdot 0.0p}{1.0p} + \frac{Z \cdot 0.0p}{1.0p^2} + \frac{Z \cdot 0.0p}{1.0p^3} + \dots + \frac{Z \cdot 0.0p}{1.0p^{k-m}},$$

z czego analogicznie do poprzedniego obliczenia renty gruntowej, otrzymamy sumę wartości początkowych, kosztów zarządu:

$$Z - \frac{Z}{1.0p^{k-m}}.$$

Wzór dla obliczenia wartości spodziewanej drzewostanów.

Jeżeli wartość drzewostanu oznaczmy przez Wd , obliczymy jego wartość spodziewaną dla wieku m , zestawiając poprzednio obliczone dochody i wydatki na podstawie wzoru:

$$Wd = \frac{D_k + T_n \cdot 1.0p^{k-n} + \dots - (G + Z) \cdot (1.0p^{k-m} - 1)}{1.0p^{k-m}}.$$

Wzór ten możemy przedstawić i w inny sposób:

$$\text{Ponieważ } - \frac{(G + Z) \cdot (1.0p^{k-m} - 1)}{1.0p^{k-m}} = -(G + Z) + \left(\frac{G + Z}{1.0p^{k-m}} \right)$$

$$\text{będzie } Wd = \frac{D_k + T_n \cdot 1.0p^{k-n} + \dots + (G + Z)}{1.0p^{k-m}} - (G + Z)$$

$$\text{W powyższym wzorze jest } \frac{1.0p^{k-n}}{1.0p^{k-m}} = \frac{1.0p^k}{1.0p^n} : \frac{1.0p^k}{1.0p^m} =$$

$$= \frac{l'0p^k}{l'0p^k} \cdot \frac{l'0p^m}{l'0p^n} = \frac{l'0p^m}{l'0p^n}; \text{ zaś } \frac{l}{l'0p^{k \cdot m}} = \frac{l'0p^m}{l'0p^k}$$

otrzymamy zatem podstawiając te wartości:

$$Wd = \frac{D_k \cdot l'0p^m}{l'0p^k} + \frac{T_n \cdot l'0p^k}{l'0p^n} : \frac{l'0p^k}{l'0p^m} + \dots + \frac{(G+Z)}{l'0p^k} - (G+Z) =$$

$$Wd = \left[\frac{D_k}{l'0p^k} + \frac{T_n}{l'0p^n} + \dots + \frac{(G+Z)}{l'0p^k} \right] \cdot l'0p^m - (G+Z).$$

Wzór powyższy jest więcej skomplikowany aniżeli poprzedni.

Rozumie się samo przez się iż wartość spodziewana drzewostanu zależną jest od wysokości dochodów i wydatków; od wysokości przyjętej kolei leśnej; od czasu, w którym wpływają dochody pośrednie; od wysokości obliczonej wartości gruntu według rentowności i od wysokości stopy procentowej, przyjętej w rachunku.

Wszystkie tu przytoczone czynniki wpływają na wysokość obliczyć się mającej, spodziewanej wartości drzewostanu, w ten sam sposób, jak wpływają na wysokość obliczonej wartości gruntu według rentowności.

Ten sposób obliczania wartości drzewostanów znajduje największe zastosowanie przy wywłaszczeniach w szczególności gdy chodzi o wycięcie młodych, lub dopiero rębności dochodzących drzewostanów.

Obliczania, tak wartości spodziewanej drzewostanów, jakoteż wartości gruntu według rentowności, należy dokonywać na podstawie jednych i tych samych danych w przeciwnym bowiem razie uzyskuje się dla spodziewanej wartości drzewostanów nierzetelne wyniki, skoro za wartość gruntu wstawioną zostanie inna wartość, aniżeli wartość według rentowności.

Zjawisko to jest zupełnie naturalne. Wartość bowiem gruntu według rentowności, występując we wzorze dla obliczania spodziewanej wartości drzewostanu jako czynnik odjemny, skoro zostanie podwyższoną, spowoduje w tym samym stosunku obniżenie wartości drzewostanu i odwrotnie, zmniejszenie wartości gruntu spowoduje powiększenie wartości drzewostanu.

b) Wartość według wyłożonych kosztów.

Pod wartością drzewostanu według wyłożonych kosztów rozumiemy różnicę między sumą wartości końcowych, na rok m -ty, t. j. do roku rzeczywistego wieku drzewostanu obliczonych wszystkich kosztów, wyłożonych na wypielęgnowanie drzewostanu, a sumą wartości końcowych, wszystkich na rok m -ty obliczonych dochodów, uzyskanych do roku m , t. j. do czasu rzeczywistego wieku drzewostanu.

Obliczenie wydatków.

Renta gruntowa.

Ponieważ do wyhodowania m letniego drzewostanu użyty musi być grunt, zatem roczna m razowa renta gruntowa $G \cdot 0 \cdot 0p$, stanowi w pierwszym rzędzie koszt wyhodowania drzewostanu.

Wartość końcowa tej m razowej renty utworzy szereg:

$$G \cdot 0 \cdot 0p \cdot 1 \cdot 0p^{m-1} + G \cdot 0 \cdot 0p \cdot 1 \cdot 0p^{m-2} + \dots + G \cdot 0 \cdot 0p.$$

Zesumowawszy powyższy szereg według wzoru dla sumowania renty rocznej, skończonej, $S = \frac{r \cdot (1 \cdot 0p^n - 1)}{0 \cdot 0p}$ i podstawiając wartość za $r = G \cdot 0 \cdot 0p$; $n = m$,

otrzymamy sumę wartości końcowej tej renty gruntowej, obliczonej na rok m -ty.

$$\frac{G \cdot 0 \cdot 0p (1 \cdot 0p^m - 1)}{0 \cdot 0p} = G \cdot (1 \cdot 0p^m - 1).$$

Koszta zarządu.

Jeżeli roczne koszty zarządu, t. j. naczelne kierownictwo gospodarką, ochronę lasu, podatki i t. p. oznaczymy $= z$, i uważać je będziemy jako rentę roczną od kapitału $= Z$, zatem $z = Z \cdot 0 \cdot 0p$, to jej wartości końcowe, obliczone na rok m -ty — t. j. do roku rzeczywistego wieku drzewostanu, utworzą szereg geometryczny, skończony —

$$Z \cdot 0 \cdot 0p \cdot 1 \cdot 0p^{m-1} + Z \cdot 0 \cdot 0p \cdot 1 \cdot 0p^{m-2} + \dots + Z \cdot 0 \cdot 0p,$$

który, zesumowawszy według wzoru $S = \frac{r (1 \cdot 0p^n - 1)}{0 \cdot 0p}$ i podstawiając wartość za $r = Z \cdot 0 \cdot 0p$, $n = m$,

otrzymamy sumę wartości początkowych kosztów zarządu, obliczonych na rok m -ty.

$$\frac{Z \cdot 0 \text{ p. } (1 \cdot 0 \text{ p}^m - 1)}{0 \cdot 0 \text{ p}} = Z \cdot (1 \cdot 0 \text{ p}^m - 1).$$

Koszta uprawy.

Jeżeli na uprawę drzewostanu wyłożymy u kosztów, to wartość ich doprocentowana na rok m ty wyniesie:

$$u \cdot 1 \cdot 0 \text{ p}^m.$$

Obliczanie dochodów.

Dochody pośrednie tylko w takim razie w rachunku uwzględniać należy, jeżeli się wydarzyły w czasie od ugruntowania drzewostanu aż do wieku dla którego jego wartość obliczamy $= m$.

Wartość tych dochodów, doprocentowana na rok m -ty będzie:

$$T_a \cdot 1 \cdot 0 \text{ p}^{m-a}; T_b \cdot 1 \cdot 0 \text{ p}^{m-b}, \text{ i t: d.}$$

Wzór dla obliczania wartości drzewostanów według wyłożonych kosztów.

Zestawiwszy powyż obliczone wydatki i dochody, otrzymamy wzór dla obliczania wartości drzewostanów według wyłożonych kosztów.

$$\text{Wd} = G \cdot (1 \cdot 0 \text{ p}^m - 1) + Z \cdot (1 \cdot 0 \text{ p}^m - 1) + u \cdot 1 \cdot 0 \text{ p}^m -$$

$$- (T_a \cdot 1 \cdot 0 \text{ p}^{m-a} + T_b \cdot 1 \cdot 0 \text{ p}^{m-b}) =$$

$$\text{Wd} = (G + Z) \cdot (1 \cdot 0 \text{ p}^m - 1) - (T_a \cdot 1 \cdot 0 \text{ p}^{m-a} + T_b \cdot 1 \cdot 0 \text{ p}^{m-b}).$$

Na początku kolei, gdzie k , względnie $m = 0$, wartość drzewostanu według wyłożonych kosztów, równa się kosztom uprawy. Wzór powyższy bowiem z przyczyny iż na początku kolei niema żadnych trzebieży, przejdzie na wzór

$$\text{Wd} = (G + Z) \cdot (1 \cdot 0 \text{ p}^m - 1) + u \cdot 1 \cdot 0 \text{ p}^m.$$

A ponieważ na początku kolei gdzie k , względnie $m = 0$, otrzymamy:

$$\begin{aligned} Wd &= (G. + Z) \cdot (1 \cdot 0p^0 - 1) + u \cdot 1 \cdot 0p^0 = \\ Wd &= (G. + Z) \cdot (1 - 1) + u \cdot = (G + Z) \cdot 0 + u = \\ Wd &= u. \end{aligned}$$

Na końcu kolei, gdzie $m = k$, i wychodząc z założenia iż tak dochody jak i wydatki były normalne, wartość drzewostanu według wyłożonych kosztów równać się będzie dochodowi głównemu w wieku rębności. Skoro bowiem we wzorze dla obliczania wartości drzewostanów według wyłożonych kosztów, podstawimy za $m = k$, otrzymamy:

$$Wd = (G + Z) (1 \cdot 0p^k - 1) + u \cdot 1 \cdot 0p^k - T_a \cdot 1 \cdot 0p^{k-a},$$

zaś za G , wartość gruntu według rentowności =

$$G = \frac{D_k + T_a \cdot 1 \cdot 0p^{k-a} \dots - u \cdot 1 \cdot 0p^k}{1 \cdot 0p^k - 1} - Z.$$

otrzymamy:

$$\begin{aligned} Wd &= \frac{(D_k + T_a \cdot 1 \cdot 0p^{k-a} + \dots - u \cdot 1 \cdot 0p^k}{1 \cdot 0p^k - 1} - Z) \cdot (1 \cdot 0p^k - 1) \\ &\quad + Z \cdot (1 \cdot 0p^k - 1) - u \cdot 1 \cdot 0p^k - T_a \cdot 1 \cdot 0p^{k-a} \dots \end{aligned}$$

skrótowe przez $(1 \cdot 0p^k - 1)$ będzie:

$$Wd = D_k + T_a \cdot 1 \cdot 0p^{k-a} + \dots - u \cdot 1 \cdot 0p^k - Z \cdot (1 \cdot 0p^k - 1) + Z \cdot (1 \cdot 0p^k - 1) + u \cdot 1 \cdot 0p^k - T_a \cdot 1 \cdot 0p^{k-a};$$

ponieważ w powyższym równaniu

$$+ i - Z(1 \cdot 0p^k - 1), + i - u \cdot 1 \cdot 0p^k, + i - T_a \cdot 1 \cdot 0p^{k-a} \text{ znosi się}$$

pozostaje $Wd = D_k$.

Jak przy obliczaniu wartości spodziewanej drzewostanów, tak też przy obliczaniu jego wartości według wyłożonych kosztów, nie należy brać w rachubę dowolnie przyjętej wartości gruntu, tylko wartość według rentowności.

Te same okoliczności, które wywierają wpływ na wysokość wartości gruntu według rentowności, wywierają ten sam wpływ i na wysokość wartości drzewostanów według wyłożonych kosztów.

Tego sposobu obliczania wartości drzewostanów używamy się przy wywłaszczeniach, gdzie chodzi o wycięcie młodych drzewostanów.

*Stosunek między spodziewaną wartością drzewostanu,
a wartością według wyłożonych kosztów.*

Jeżeli we wzorze dla obliczenia wartości spodziewanej drzewostanu i obliczenia wartości według wyłożonych kosztów, podstawimy obrachowaną na tych samych danych co obie poprzednie wartości, wartość gruntu według rentowności, to obie te wartości drzewostanów muszą być między sobą równe.

Na dowód powyższego twierdzenia niech posłuży następujący przykład:

Las jodłowy 30 letni, drugiej klasy zamożności o pełnem zadrzewieniu, zagospodarowany w kolejni 60-letniej daje według tablic zamożności.

$D_k = 6660 \text{ Mp. } T_{30} = 210 \text{ Mp. } T_{40} = 430 \text{ Mp.; } u = 100 \text{ Mp.}$

$Z = 12 \text{ Mp. } p = 3\% - \text{wszystko na jednym ha.}$

Będzie wartość gruntu według rentowności =

$$G = \frac{6660 + 656 + 718 - 589}{4.89} - 400 = 1135 \text{ Mp.}$$

Wartość spodziewana drzewostanu będzie:

$$Wd = \frac{6660 + 656 + 778 - (1135 + 400) 1.43}{2.43} = 2427 \text{ Mp.}$$

Wartość według wyłożonych kosztów będzie: =

$$Wd = (1135 + 400) 1.43 + 242 = 2437 \text{ Mp.}$$

Różnica 10 Mp. pochodzi wskutek skrócania i zaokrąglania ułamków dziesiętnych.

Jak już wyżej powiedziano, obie obrachowane wartości drzewostanu, tylko w takim razie będą sobie równe, skoro w rachubę wstawimy wartość gruntu według rentowności, obliczoną na podstawie tych samych danych co obie wartości drzewostanu.

Ponieważ we wzorze dla obliczenia wartości drzewostanu, wyraz $(G + Z)$ występuje jako czynnik ujemny, zaś we wzorze według wyłożonych kosztów, jako dodatni, więc skoro podstawimy za G — inne wartości aniżeli wartość gruntu według rentowności, otrzymamy wyniki nierzetelne, i tak, skoro podstawimy za G wartość większą aniżeli wartość gruntu obliczoną według rentowności, otrzymamy spodziewaną wartość drzewo-

stanu znacznie niższą, zaś wartość drzewostanu według wyłożonych kosztów znacznie wyższą i odwrotnie.

Rachunek nam to udowodni.

Dajmy na to iż, zamiast powyżej obrachowanej wartości gruntu według rentowności 1135 Mp, przyjęto w rachubę wyższą wartość, n. p. 1400 Mp. to będzie wynosić wartość spodziewana:

$$Wd = \frac{6660 + 656 + 778 - (1400 + 400) \cdot 1.43}{2.43} = 2272 \text{ Mp.}$$

Zatem o 155 Mp. mniejsza — aniżeli obliczona rzetelnie.

Zaś wartość według wyłożonych kosztów będzie =

$$Wd = (1400 + 400) \cdot 1.43 + 242 = 2816 \text{ Mp.}$$

Zatem o 379 Mp. większa, aniżeli obliczona rzetelnie.

c) *Wartość sprzedażna. (Targowa)*

Pod wartością sprzedażną drzewostanu rozumiemy tą wartość, jaką przedstawia rębny drzewostan z porównania z dokonaniami sprzedażami podobnych drzewostanów.

Rozumie się samo przez się iż dany drzewostan tylko wtedy może być szacowany według wartości sprzedażnej, jeżeli odpowiada w zupełności drzewostanom sprzedanym pod względem rodzaju drzewa, wieku, zwarcia, masy i przyrostu.

Ponieważ wypadek ten, szczególnie w drzewostanach starszych, rzadko kiedy wydarzyć się może, zatem najlepiej obliczyć masę drzewną danego drzewostanu i na podstawie tego obliczenia i cen jednostkowych, ustanowić wartość sprzedaży.

Obliczenie wartości drzewostanu według rentowności.

(Obliczenie wartości według teorii Hönlintera).

Hönlinger i tu wychodzi z założenia iż drzewostan rębny k letni, powinien pokryć swym dochodem rocznie bieżące wydatki leśno-gospodarcze całego obrębu gospodarczego.

Wartość jego będzie zatem:

$$D_k \dots - (k \cdot z + u).$$

Skoro drzewostan nie doszedł jeszcze wieku rębności i jest obecnie w wieku m lat, a upłynie jeszcze $(k - m)$ lat zanim osiągnie wartość:

$D_k \dots - (k \cdot z + u)$, obliczymy jego obecną wartość, odprocentowując jego k letnią wartość na rok m -ty, otrzymamy zatem:

$$Wd = \frac{D_k \dots - (k \cdot z + u)}{1.0p^{k-m}}.$$

Jaka zachodzi różnica między wartością młodych drzewostanów, obliczoną na podstawie wzoru, dajmy na to, według wzoru wartości spodziewanej, a na podstawie wzoru, Hönlingera, wykaże nam następujący przykład.

W poprzednim rozdziale obliczono wartość spodziewaną 30-letniego drzewostanu w wysokości 2427 Mp.; według wzoru Hönlingera wartość ta wyniesie:

$$Wd = \frac{6660 - (60 \cdot 12 + 100)}{2.43} = 2403 \text{ Mp.}$$

Różnica zatem między wartością 30-letniego drzewostanu, obliczoną na podstawie wzoru dla wartości spodziewanej a wzoru Hönlingera wyniesie:

$$2421 - 2403 = 24 \text{ Mp. zatem bardzo nieznaczna.}$$

Obliczanie wartości drzewostanów w przybliżeniu.

Według przeciętnego dochodu.

Ten sposób obliczania wartości drzewostanów był dawniej przy wywłaszczeniach używany a to z tej przyczyny, iż przy wywłaszczeniach drzewostanów młodszych, dawał wywłaszczonemu najwyższe odszkodowanie.

Jeżeli przyjmiemy, iż w lasach zagospodarowanych prawidłowo i trwale o ściśle ustanowionej kolei, dochód główny w wieku rębności $= D_k$ — to wartość m letniego drzewostanu będzie:

$$\frac{D_k}{k} \cdot m = D_k \cdot \frac{m}{k}.$$

Uwzględniając przy obliczaniu dochody pośrednie otrzymamy wzór:

$$\left(\frac{D_k}{k} + \frac{T_a}{k} + \frac{T_b}{k} + \dots \right) \cdot m =$$

$$\left(D_k + T_a + T_b + \dots \right) \cdot \frac{m}{k}.$$

Obliczona w ten sposób wartość daje, szczególnie dla młodych drzewostanów, za wysokie wartości.

N. p. Las bukowy, I. kl. zamożności zagospodarowany w kolejni 80 cio letniej daje dochodu głównego w wieku rębności 4900 Mp. Przecięcie jednoroczne będzie zatem wynosić

$$4900 : 80 = 61 \cdot 25 \text{ Mp.}$$

Wartość zatem drzewostanu

10. letniego,	wyniesie	$61 \cdot 25 \cdot 10 =$	612'50 Mp.
20.	"	$61 \cdot 25 \cdot 20 =$	1225 00 "
30.	"	$61 \cdot 25 \cdot 30 =$	1837'50 "
40.	"	$61 \cdot 25 \cdot 40 =$	2450'00 "
50.	"	$61 \cdot 25 \cdot 50 =$	3062 50 "
60.	"	$61 \cdot 25 \cdot 60 =$	3675'00 "
70.	"	$61 \cdot 25 \cdot 70 =$	4287'50 "
80.	"	$61 \cdot 25 \cdot 80 =$	4900'00 "

Według Martineila.

Jeżeli oznaczmy rzeczywisty wiek drzewostanu = m , zaś najodpowiedniejszą kolej finansową dla danego rodzaju drzewa = k , dochód główny w wieku rębności = D_k , otrzymamy wzór dla obliczenia wartości drzewostanu:

$$Wd = D_k \cdot \frac{m^2}{k^2}.$$

Wzór ten chociaż oblicza dla młodszych drzewostanów trochę większe wartości aniżeli wynosi wartość spodziewana, lub według wyłożonych kosztów, może być jednak zalecony w wypadkach, gdzie zachodzi brak wszelkich danych co do wysokości dochodów pośrednich, ponadto, gdzie zachodzą

wątpliwości co do wysokości stopy procentowej, mającej się przyjąć w obliczeniach.

Według powyższego wzoru obliczymy wartość jak następuje:

Las jak poprzednio w przykładzie, $D_k = 4900$ Mp.

$$\text{Drzewostan 10 letni } 4900 \cdot \left(\frac{10}{80}\right)^2 = 76.56 \text{ Mp.}$$

$$\text{„ 20 „ } 4900 \cdot \left(\frac{20}{80}\right)^2 = 306.24 \text{ „}$$

$$\text{„ 30 „ } 4900 \cdot \left(\frac{30}{80}\right)^2 = 689.04 \text{ „}$$

$$\text{„ 40 „ } 4900 \cdot \left(\frac{40}{80}\right)^2 = 1224.96 \text{ „}$$

$$\text{„ 50 „ } 4900 \cdot \left(\frac{50}{80}\right)^2 = 1914.00 \text{ „}$$

$$\text{„ 60 „ } 4900 \cdot \left(\frac{60}{80}\right)^2 = 2756.16 \text{ „}$$

$$\text{„ 70 „ } 4900 \cdot \left(\frac{70}{80}\right)^2 = 3751.44 \text{ „}$$

$$\text{„ 80 „ } 4900 \cdot \left(\frac{80}{80}\right)^2 = 4900.00 \text{ „}$$

Przy zastosowaniu tego sposobu obliczania wartości drzewostanów, należy przyjąć w rachubę kolej najwyższej renty gruntowej, a więc kolej finansową.

Sposób Martineita różni się od sposobu obliczania wartości drzewostanów na podstawie przeciętnego dochodu tem, iż, gdy w sposobie drugim wartość dochodu głównego mnożymy przez czynnik $\frac{m}{k}$, to Martineit zaleca użycie czynnika $\left(\frac{m}{k}\right)^2$, który daje rzetelniejsze wyniki.

Tu muszę zaznaczyć iż, tak pierwszy jak i drugi sposób obliczania wartości drzewostanów nie posiadają naukowego uzasadnienia.

Wartość jednorocznego lub kilkuletniego przyrostu.

Wartość jednorocznego lub kilkuletniego przyrostu równa się różnicy wartości drzewostanu między rokiem $m + 1$ — lub $m + x$ a rokiem m ; będzie zatem wartość przyrostu:

jednorocznego $Wd_{m+1} - Wd_m$;

kilkuletniego $Wd_{m+x} - Wd_m$;

Obiektem jest czy za Wd podstawimy wartość spodziewaną drzewostanu, czy też wartość według wyłożonych kosztów, lub sposobem przybliżonym obliczoną.

W rzeczywistości zdarzają się obliczenia wartości jednorocznego lub kilkuletniego przyrostu albo nadzwyczaj rzadko, albo nie przychodzą wcale.

3. Obliczenie wartości zapasu normalnego.

(Prawidłowego).

Pod zapasem normalnym Z_n rozumiemy tę masę drzewną, która znajduje się w lesie na pniu o prawidłowym odstopniowaniu klas wieku; klasy wieku rozmieszczone na prawidłowych powierzchniach, wykazują prawidłowe zadrzewienie a temsamem i prawidłowy przyrost.

Chociaż w lasach, jakkolwiek wzorowo zagospodarowanych, nie bywa normalnego odstopniowania klas wieku, a temsamem i normalnego przyrostu, to przecież zdarzyć się może iż rzeczywisty zapas na pniu może być równy zapasowi normalnemu. — Wskutek tego obliczenie wartości zapasu normalnego ma więcej naukową wartość, gdyż rzeczywisty stan lasów nigdy nie odpowiada warunkom normalnym.

Obrachowana wartość kapitałowa zapasu normalnego nie odpowiada w żadnym razie wartości pieniężnej wszystkich drzewostanów, ponieważ między nimi jest cały szereg takich drzewostanów, które wskutek swej młodości nie dadzą się wcale spieniężyć, jednakowoż wchodząc w skład szeregu mas lasu normalnego, odgrywają w produkcji drzewa niepoślednią rolę.

Zapas normalny nie stanowi więc w gospodarstwie leśnym kapitału, który dałby się w każdej chwili zrealizować, przeciwnie, wartość jego polega w jego produktywności.

Nie jest jednak bez znaczenia poznanie wartości zapasu normalnego, na podstawie bowiem jego wartości możemy badać w przybliżeniu wypośrodkować oprocentowanie kapitałów, czynnych w gospodarstwie leśnym.

Wysokość zapasu normalnego zależną jest od pory roku dla której się go oblicza.

Zapas normalny, oznaczony dla wiosny, a który jest właściwym zapasem normalnym, jest najmniejszy, ponieważ przyrost roczny całego obrębu gospodarczego, którego przedstawicielem jest najstarsza klasa wieku został w zimie jako dochód pobrany; brak tu zatem najstarszej klasy wieku k letniej.

Zapas normalny, obliczony dla jesieni, jest największy, ponieważ wszystkie klasy wieku są zadrzewione; dla lata stanowi średnią arytmetyczną między tamtymi dwoma zapasami, ponieważ na wszystkich klasach wieku znajduje się dopiero połowa przyrostu.

Jako właściwy zapas normalny uważany bywa zapas oznaczony dla wiosny z tego względu, iż przyrost roczny na zapasie, stanowiący poniekąd procent od kapitału, przedstawionego w wartości gruntu i wartości zapasu normalnego, został pobrany już z końcem roku.

Wartość zapasu normalnego obliczyć możemy albo według:

- a. wartości spodziewanej;
- b. wyłożonych kosztów;
- c. rentowności.

a) *Wartość spodziewana.*

Wychodząc z założenia iż roczny przyrost na zapasie normalnym, którego przedstawicielem jest najstarsza, zatem k letnia klasa wieku, został już jako renta lasowa pobrany, obliczymy wartość spodziewaną zapasu normalnego, sumując wartości spodziewane wszystkich klas wieku lasu normalnego od 0 do $k-1$, będzie zatem:

Wd. klasy wieku:

$$k-1 \text{ letniej} = \frac{D^k - (G + Z) \cdot (10p^1 - 1)}{10p^1}$$

$$k-2 \quad \text{„} \quad = \frac{D^k - (G + Z) \cdot (10p^2 - 1)}{10p^2}$$

$$\begin{aligned}
 a \text{ letniej} &= \frac{D_k - (G + Z) \cdot (1.0p^{k-a} - 1)}{1.0p^{k-a}} \\
 a-1 \text{ „} &= \frac{D_k + T_a \cdot 1.0p^{k-a} - (G + Z) \cdot (1.0p^{k-(a-1)} - 1)}{1.0p^{k-(a-1)}} \\
 0 \text{ „} &= \frac{D_k + T_a \cdot 1.0p^{k-a} - (G + Z) \cdot (1.0p^k - 1)}{1.0p^k}
 \end{aligned}$$

Jeżeli w ten sposób obliczone spodziewane wartości wszystkich klas wieku zsumujemy odrębnie D_k , $(G + Z)$ i T_a otrzymamy

Wartość spodziewana dochodów głównych.

Suma wartości początkowych spodziewanych dochodów głównych S_1 będzie:

$$S_1 = \frac{D_k}{1.0p} + \frac{D_k}{1.0p^2} + \frac{D_k}{1.0p^3} + \dots + \frac{D_k}{1.0p^k}$$

Jeżeli w powyższym wyrażeniu wyłączymy $\frac{D_k}{1.0p}$ za nawias otrzymamy:

$$S_1 = \frac{D_k}{1.0p} \left(1 + \frac{1}{1.0p} + \frac{1}{1.0p^2} + \frac{1}{1.0p^3} + \dots + \frac{1}{1.0p^{k-1}} \right).$$

W powyższym równaniu tworzy wyraz objęty nawiasem szereg geometryczny malejący, skończony, który zsumowawszy według wzoru $\frac{a(1-q^n)}{1-q}$ i podstawiając wartości za $a = 1$;

$q = \frac{1}{1.0p}$; $n = k$, da nam

$$\begin{aligned}
 S_1 &= \frac{D_k}{1.0p} \cdot 1 \cdot \left[1 - \left(\frac{1}{1.0p} \right)^k \right] = \frac{D_k}{1.0p} \left(1 - \frac{1}{1.0p^k} \right) = \\
 &= \frac{\frac{D_k}{1.0p} \left(1.0p^k - \frac{1}{1.0p^k} \right)}{1 - \frac{1}{1.0p}} = \frac{D_k}{1.0p} \cdot \frac{\left(\frac{1.0p^k - 1}{1.0p^k} \right)}{\frac{1.0p - 1}{1.0p}} = \\
 &= \frac{\frac{D_k}{1.0p} \left(1.0p^k - \frac{1}{1.0p^k} \right)}{\frac{1.0p - 1}{1.0p}} = \frac{D_k}{1.0p} \cdot \frac{1.0p^k - 1}{1.0p - 1}
 \end{aligned}$$

$$= \frac{D^k}{1 \cdot 0_p} \left(\frac{1 \cdot 0_{p^k} - 1}{1 \cdot 0_{p^k}} \right) \cdot \frac{1 \cdot 0_p}{0 \cdot 0_p} =$$

$$S_1 = \frac{D_k}{1 \cdot 0_{p^k}} \cdot \left(\frac{1 \cdot 0_{p^k} - 1}{0 \cdot 0_p} \right).$$

Wartość spodziewana dochodów pośrednich.

Suma wartości początkowych S_2 dochodów pośrednich T_n będzie, przeprowadzając rachunek analogicznie do rachunku dla obliczania wartości spodziewanej dochodów głównych i podstawiając wartości za $a = 1$; $q = \frac{1}{1 \cdot 0_p}$; $n = a$,

$$S_2 = \frac{T_a \cdot 1 \cdot 0_{p^{k-a}} (1 \cdot 0_{p^a} - 1)}{0 \cdot 0_p \cdot 1 \cdot 0_{p^k}}.$$

Wartość spodziewana gruntu i kosztów zarządu.

Suma wartości początkowych gruntu i kapitału zarządu przedstawi się następująco:

Wartość n letniego drzewostanu będzie:

$$= \frac{(G + Z) \cdot (1 \cdot 0_{p^n} - 1)}{1 \cdot 0_{p^n}} = = \frac{(G + Z) \cdot 1 \cdot 0_{p^n} + (G + Z)}{1 \cdot 0_{p^n}} =$$

$$= \frac{(G + Z)}{1 \cdot 0_{p^n}} - (G + Z).$$

Wartość jednorocznego drzewostanu będzie:

$$= \frac{(G + Z)}{1 \cdot 0_p} - (G + Z).$$

Z tego widzimy, iż wartość gruntu i kosztów zarządu (kapitał zarządu) składa się z dwóch wyrazów, jednego dodatniego $\frac{(G + Z)}{1 \cdot 0_p}$ i jednego ujemnego $-(G + Z)$. Skoro je zesu-

mujemy według wzoru $\frac{a(1-q^n)}{1-q}$ i podstawimy wartości za

$a = 1$; $q = \frac{1}{1 \cdot 0_p}$; $n = k$, otrzymamy sumę wartości początkowych S_3 , wyrazu dodatniego.

$$\begin{aligned}
 S_3 &= \frac{(G+Z)}{1.0p} \cdot \frac{1 \cdot \left[1 - \left(\frac{1}{1.0p} \right)^k \right]}{1 - \frac{1}{1.0p}} = \frac{(G+Z)}{1.0p} \cdot \frac{\left(1 - \frac{1}{1.0p^k} \right)}{\left(1 - \frac{1}{1.0p} \right)} = \\
 &= \frac{\frac{(G+Z)}{1.0p} \cdot \left(\frac{1.0p^k}{1.0p^k} - \frac{1}{1.0p^k} \right)}{\frac{1.0p}{1.0p} - \frac{1}{1.0p}} = \frac{\frac{(G+Z)}{1.0p} \cdot \frac{(1.0p^k - 1)}{1.0p^k}}{\frac{1.0p - 1}{1.0p}} = \\
 &= \frac{(G+Z)}{1.0p} \cdot \frac{1.0p}{0.0p} \cdot \frac{(1.0p^k - 1)}{1.0p^k} = \\
 S_3 &= \frac{(G+Z)}{1.0p^k} \cdot \frac{(1.0p^k - 1)}{0.0p}.
 \end{aligned}$$

Suma wyrazu ujemnego $-(G+Z)$ będzie, ponieważ $-(G+Z)$ k razy się powtarza.

$$S_4 = -(G+Z) \cdot k.$$

Wzór dla obliczania spodziewanej wartości zapasu normalnego.

Zestawiwszy w jedną sumę poszczególne, powyż obliczone sumy S_1 , S_2 , S_3 i S_4 , otrzymamy wzór dla obliczenia spodziewanej wartości zapasu normalnego:

$$\begin{aligned}
 Z_n &= \frac{D^k}{1.0p^k} \cdot \frac{(1.0p^k - 1)}{0.0p} + \frac{T_a \cdot 1.0p^{k-a} (1.0p^a - 1)}{1.0p^k \cdot 0.0p} + \\
 &\quad + \frac{(G+Z) \cdot (1.0p^k - 1)}{1.0p^k \cdot 0.0p} - (G+Z) \cdot k. = \\
 = Z_n &= \frac{(D^k + G+Z) \cdot (1.0p^k - 1) + T_a \cdot 1.0p^{k-a} \cdot (1.0p^a - 1)}{1.0p^k \cdot 0.0p} - \\
 &\quad - (G+Z) \cdot k.
 \end{aligned}$$

Jeżeli powyższy wzór przedstawimy w sposób następujący, co jego wartości nie zmienia

$$Z_n = \left[D^k + (G + Z) \cdot \frac{(1 \cdot 0p^k - 1)}{1 \cdot 0p^k} + T_a \left(1 - \frac{1}{1 \cdot 0p^a} \right) \right] \cdot \frac{1}{0 \cdot 0p}$$

— $(G + Z) \cdot k$ i podstawimy za G wartość gruntu według rentowności

$$G = \frac{D^k + T_a \cdot 1 \cdot 0p^{k-a} - u \cdot 1 \cdot 0p^k}{1 \cdot 0p^k - 1} - Z \text{ albo}$$

$$G = \frac{D^k + \frac{T_a \cdot 1 \cdot 0p^k}{1 \cdot 0p^a} - u \cdot 1 \cdot 0p^k}{1 \cdot 0p^k - 1} - Z, \text{ z czego}$$

$$\begin{aligned} (G + Z) &= \left[\frac{D^k + \frac{T_a \cdot 1 \cdot 0p^k}{1 \cdot 0p^a} - u \cdot 1 \cdot 0p^k}{1 \cdot 0p^k - 1} \cdot \frac{1 \cdot 0p^k - 1}{1 \cdot 0p^k} + T_a - \frac{T_a}{1 \cdot 0p^a} \right] \cdot \frac{1}{0 \cdot 0p} - k \cdot (G + Z) = \\ &= \frac{\left(D_k \cdot (1 \cdot 0p^k - 1) + D_k + \frac{T_a \cdot 1 \cdot 0p^k}{1 \cdot 0p^a} - u \cdot (1 \cdot 0p^k - 1) \right)}{(1 \cdot 0p^k - 1) \cdot 1 \cdot 0p^k} + \\ &+ T_a - \frac{T_a}{1 \cdot 0p^a} \cdot \frac{1}{0 \cdot 0p} - k \cdot (G + Z). \end{aligned}$$

Jeżeli powyższy wyraz skrócimy przez $(1 \cdot 0p^k - 1)$ i $1 \cdot 0p^k$ i zmienimy $+$ i $-\frac{T_a}{1 \cdot 0p^a}$ otrzymamy.

$$Z_n = \frac{D_k + T_a + \dots - u}{0 \cdot 0p} - k \cdot (G + Z).$$

Ponieważ $k \cdot Z = k \cdot \frac{z}{0 \cdot 0p}$ będzie wzór powyższy

$$Z_n = \frac{D_k + T_a + \dots - (u + k \cdot z)}{0 \cdot 0p} - k \cdot G.$$

Dla jednostki powierzchni będzie:

$$Z_n = \frac{D_k + T_a + \dots - (u + k \cdot z)}{k \cdot 0 \cdot 0p} - G.$$

Ponieważ wyraz $D_k + T_a + \dots - (u + k \cdot z)$ przedstawia nam czysty dochód z lasu, zaś wyraz

$$\frac{D_k + T_a + \dots - (u + k \cdot z)}{0 \cdot 0p}, \text{ j\kern 0.08em jego warto\u015b\u0107 kapita\u0142ow\u0105,}$$

wzgl\u0119dnie warto\u015b\u0107 wed\u0142ug rentowno\u015bci, obliczona zatem warto\u015b\u0107 na podstawie wy\u017cej wyprowadzonego wzoru, stanowi r\u00f3\u017cnic\u0119 mi\u0119dzy warto\u015bci\u0105 rentowno\u015bci lasu, a warto\u015bci\u0105 rentowno\u015bci gruntu.

Rozumie si\u0119 samo przez si\u0119 i\u017c warto\u015b\u0107 zapasu normalnego musi by\u0107 obliczon\u0105 osobno dla ka\u017cdego obr\u0119bu gospodarczego.

b) Warto\u015b\u0107 wed\u0142ug wy\u0142o\u017conych koszt\u00f3w.

Post\u0119puj\u0105c analogicznie do sposobu obliczania warto\u015bci drzewostan\u00f3w wed\u0142ug wy\u0142o\u017conych koszt\u00f3w, zesumujemy obliczone warto\u015bci wszystkich klas wieku normalnego a to od 0 do $(k-1)$ letniego, to suma tych warto\u015bci da nam warto\u015b\u0107 zapasu normalnego wed\u0142ug wy\u0142o\u017conych koszt\u00f3w; b\u0119dzie:

Warto\u015b\u0107 klasy wieku:

$$\begin{aligned} 0 \text{ letniej} &= (G + Z) \cdot (1 \cdot 0p^0 - 1) + u \cdot 1 \cdot 0p^0 \\ 1 \text{ „} &= (G + Z) \cdot (1 \cdot 0p^1 - 1) + u \cdot 1 \cdot 0p^1 \\ 2 \text{ „} &= (G + Z) \cdot (1 \cdot 0p^2 - 1) + u \cdot 1 \cdot 0p^2 \\ a \text{ „} &= (G + Z) \cdot (1 \cdot 0p^a - 1) + u \cdot 1 \cdot 0p^a - T_a \\ a+1 \text{ „} &= (G + Z) \cdot (1 \cdot 0p^{a+1} - 1) + u \cdot 1 \cdot 0p^{a+1} - T_a \cdot 1 \cdot 0p \\ &\vdots \\ k-1 \text{ „} &= (G + Z) \cdot (1 \cdot 0p^{k-1} - 1) + u \cdot 1 \cdot 0p^{k-1} - T_a \cdot 1 \cdot 0p^{k-a-1}. \end{aligned}$$

Je\u017celi zesumujemy prostopad\u0142e kolumny, otrzymamy:

$$\begin{aligned} &(G + Z) (1 \cdot 0p^0 + 1 \cdot 0p^1 + 1 \cdot 0p^2 + \dots + 1 \cdot 0p^{k-1}) - (G + Z) \cdot \\ &\cdot (1 + 1 + 1 \dots) + u \cdot (1 \cdot 0p^0 + 1 \cdot 0p^1 + 1 \cdot 0p^2 + \dots + 1 \cdot 0p^{k-1}) - \\ &\quad - T_a \cdot (1 + 1 \cdot 0p + 1 \cdot 0p^2 + \dots + 1 \cdot 0p^{k-1}) = \\ &= \frac{(G + Z) \cdot 1 \cdot 0p^k - 1}{0 \cdot 0p} - (G + Z) \cdot k + \frac{u \cdot 1 \cdot 0p^{k-1}}{0 \cdot 0p} - \\ &\quad - \frac{T_a \cdot (1 \cdot 0p^{k-a} - 1)}{0 \cdot 0p}. \end{aligned}$$

Wzór zatem dla obliczania wartości zapasu normalnego według wyłożonych kosztów będzie:

$$Z_n = (G + Z + u) \cdot (1.0p^k - 1) - T_a \cdot (1.0p^{k-a} - 1) - k \cdot (G + Z).$$

Jeżeli w powyższym wzorze za G podstawimy wartość gruntu według rentowności i przeprowadzimy niektóre redukcje, analogicznie jak to wykonano przy obliczaniu wartości spodziewanej, otrzymamy:

$$Z_n = \frac{D_k + T_a + \dots - (u + k \cdot z)}{0.0p} - k \cdot G,$$
 zaś dla jednostki powierzchni będzie:

$$Z_n = \frac{D_k + T_a + \dots - (u + k \cdot z)}{k \cdot 0.0p} - G.$$

Widzimy więc iż wzór dla obliczania wartości zapasu normalnego według wyłożonych kosztów, równy jest wzorowi dla obliczania wartości spodziewanej.

c) Wartość według rentowności.

Pod wartością zapasu normalnego według rentowności rozumiemy różnicę między skapitalizowaną rentą lasową a wartością gruntu według rentowności.

Wartość zatem zapasu normalnego według rentowności danego obrębu gospodarczego będzie:

$$Z_n = \frac{D_k + T_a + \dots T_a - (u + k \cdot z)}{0.0p} - k \cdot G$$

zaś dla jednostki powierzchni:

$$Z_n = \frac{D_k + T_a + \dots T_a - (u + k \cdot z)}{k \cdot 0.0p} - G.$$

I ten wzór jest równy obydwu poprzednim.

Powyżej obrachowana wartość zapasu normalnego da się wyrazić następująco:

$$k \cdot (Z_n + G) \cdot 0.0p = D_k + T_a + \dots T_a - (u + k \cdot z).$$

co znaczy, iż oprocentowanie gruntu i zapasu normalnego równa się rencie lasowej.

Według Hönlingera.

Wychodzi on z założenia, iż wartość lasu składa się z dwóch wartości, a mianowicie, z wartości gruntu i z wartości zapasu normalnego, a więc będzie wartość zapasu normalnego stanowić różnicę między wartością lasu a wartością gruntu.

$$\begin{aligned} Z_n &= L_n - k \cdot G = \\ &= \frac{D_k + T_a + \dots + T_q - (u + k \cdot z)}{0.0p} - \\ &= \frac{k \cdot [D_k + T_a + \dots + T_q - (u + k \cdot z)]}{1.0p^k - 1} = \\ &= Z_n = [D_k + T_a + \dots + T_q - (u + k \cdot z)] \cdot \\ &\quad \cdot \left(\frac{1}{0.0p} - \frac{k}{1.0p^k - 1} \right). \end{aligned}$$

Wyraz $\left(\frac{1}{0.0p} - \frac{k}{1.0p^k - 1} \right)$ jest zupełnie nowy czynnik, za pomocą którego oblicza Hönlinger wartość zapasu normalnego z renty lasowej.

Ponieważ wartość gruntu według rentowności, obliczona na podstawie wzoru Hönlingera jest większą aniżeli na podstawie dawnych wzorów, będzie więc obliczona wartość zapasu normalnego, ponieważ w obydwu wzorach oblicza się wartość lasu na podstawie jednakowych danych, mniejszą.

4. Obliczanie wartości lasu.

Lasem w życiu powszedniem nazywamy większą powierzchnię gruntu, zarośniętą roślinami drzewiastymi, bądźto jednopniowymi, czyli drzewami, bądźto wielopniowymi, czyli krzewami.

Las więc stanowią grunt i znajdujące się na nim drzewostany.

Oczywiście iż pod nazwą las, w znaczeniu gospodarczym możemy rozumieć tylko pewien obszar gruntu, zarośnięty drzewami jednopniowymi i dobrze zagospodarowany.

Wartość lasu możemy obliczyć albo według:

- a) wartości spodziewanej;
- b) wyłożonych kosztów;
- c) rentowności;
- d) wartości sprzedaży.

a) *Wartość spodziewana.*

Pod wartością spodziewaną lasu rozumiemy sumę wartości gruntu według rentowności i wartości spodziewanej drzewostanów.

Będzie więc wartość m letniego lasu $= L_m$.

$$L_m = G + W_d, \text{ czyli}$$

$$L_m = \frac{D_k + T_n \cdot 1.0p^{k-n} - (G + Z) \cdot (1.0p^{k-m} - 1)}{1.0p^{k-m}} + G$$

a ponieważ

$$- \frac{G \cdot (1.0p^{k-m} - 1)}{1.0p^{k-m}} = - \frac{G \cdot 1.0p^{k-m}}{1.0p^{k-m}} + \frac{G}{1.0p^{k-m}} =$$

$$- G + \frac{G}{1.0p^{k-m}}, \text{ zatem } - G \text{ i } + G \text{ w powyższym wy-}$$

razie znosi się i pozostaje $\frac{G}{1.0p^{k-m}}$, otrzymamy więc

$$L_m = \frac{D_k + T_n \cdot 1.0p^{k-n} - Z (1.0p^{k-m} - 1) + G}{1.0p^{k-m}}$$

Jeżeli za G podstawimy wartość gruntu według rentowności, otrzymamy:

$$L_m = \frac{D_k + T_n \cdot 1.0p^{k-n} + \dots - Z (1.0p^{k-m} - 1)}{1.0p^{k-m}} +$$

$$+ \frac{D_k + T_n \cdot 1.0p^{k-n} + T_n \cdot 1.0p^{k-n} + \dots u. 1.0p^k - Z}{\frac{1.0p^k - 1}{1.0p^{k-m}}} =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{[D_k + T_n \cdot 10p^{k-n} + \dots - Z \cdot (10p^{k-m} - 1)] \cdot (10p^k - 1)}{10p^{k-m} (10p^k - 1)} + \\
&+ \frac{D_k + T_a \cdot 10p^{k-a} + T_n \cdot 10p^{k-n} - u \cdot 10p^k - Z \cdot (10p^k - 1)}{10p^{k-m} (10p^k - 1)} = \\
&= \frac{D_k \cdot 10p^k - D_k + T_n \cdot 10p^{k-n} \cdot 10p^k - T_n \cdot 10p^{k-n}}{10p^{k-m} (10p^k - 1)} - \\
&- \frac{Z \cdot 10p^{k-m} \cdot 10p^k + Z \cdot 10p^k + Z \cdot 10p^{k-m} - Z}{10p^{k-m} \cdot (10p^k - 1)} + \\
&+ \frac{D_k + T_a \cdot 10p^{k-a} + T_n \cdot 10p^{k-n} - u \cdot 10p^k - Z \cdot 10p^k + Z}{10p^{k-m} \cdot (10p^k - 1)}
\end{aligned}$$

Jeżeli przeniesiemy $10p^m$ z licznika do mianownika jako $10p^m$, to odpadnie tak w liczniku jak i mianowniku $10p^m$, a w skutek tej redukcji otrzymamy wyraz

$$\begin{aligned}
L_m &= 10p^m \frac{(D_k + T_n \cdot 10p^{k-n} - Z \cdot 10p^{k-m} + Z \cdot 10p^m)}{10p^k - 1} + \\
&+ \frac{T_a \cdot 10p^a - u}{10p^k - 1} = \\
&= 10p^m \frac{(D_k + T_n \cdot 10p^{k-n} + \frac{T_a}{10p^a} + \dots - u) -}{- Z \cdot 10p^m (10p^k - 1)} = \\
&= L_m = \frac{10p^m (D_k + T_n \cdot 10p^{k-n} + \frac{T_a}{10p^a} + \dots - u)}{10p^k - 1} - Z
\end{aligned}$$

Powyższy wyraz daje nam wzór do obliczenia wartości spodziewanej m letniego lasu, jednakże tylko w takim razie, jeżeli dochody pośrednie $T_a, T_b \dots$ wydarzyły się przed wiekiem lasu dla którego wartość spodziewaną obliczamy.

W wypadku jednak, skoro dochody pośrednie $T_a, T_b \dots$ wydarzyły się po wieku lasu, dla którego wartość spodziewaną obliczamy, będzie wzór =

$$L_m = 1 \cdot 0 p^m \left(\frac{D_k + T_a \cdot 1 \cdot 0 p^{k-a} + T^b \cdot 1 \cdot 0 p^{k-b} + \dots - u}{1 \cdot 0 p^k - 1} \right) - Z.$$

Powyższy sposób obliczania wartości spodziewanej lasu, może być zastawiany tylko dla lasów, pozostających w zagospodarowaniu trwałem i o zadrzewieniu normalnem.

Chcąc jednak obliczyć wartość lasu o zadrzewieniu niezupełnem, należy wyszukać w tablicach wydajności odpowiedni przychód masy drzewnej, i zredukować ją do czynnika rzeczywistego zadrzewienia.

Wzór ten może również służyć do obliczania wartości lasu, pozostającego w zagospodarowaniu przerywanem, gdyż jak już poprzednio powiedziano, las pozostający w zagospodarowaniu trwałem, składa się z drzewostanów, odstopniowanych co do wieku, które uważać możemy jako lasy, w zagospodarowaniu przerywanem pozostające.

b) Wartość według wyłożonych kosztów.

Wartość według wyłożonych kosztów m letniego lasu składa się również z wartości gruntu i wartości drzewostanu.

$$L_m = G + W_d.$$

Jeżeli wprowadzimy w rachubę za W_d wartość drzewostanu według wyłożonych kosztów =

$$\begin{aligned} & (G + Z) \cdot (1 \cdot 0 p^m - 1) + u \cdot 1 \cdot 0 p^m - T_a \cdot 1 \cdot 0 p^{m-a}, \text{ otrzymamy:} \\ L_m &= G + (G + Z) \cdot 1 \cdot 0 p^m - 1 + u \cdot 1 \cdot 0 p^m - T_a \cdot 1 \cdot 0 p^{m-a} = \\ &= G + G \cdot 1 \cdot 0 p^m - G + Z \cdot 1 \cdot 0 p^m - Z + u \cdot 1 \cdot 0 p^m - T_a \cdot 1 \cdot 0 p^{m-a} = \\ &= (G + Z + u) \cdot 1 \cdot 0 p^m - (T_a \cdot 1 \cdot 0 p^{m-a} + \dots + Z.) \end{aligned}$$

Jeżeli w powyższym wyrazie podstawimy za G wartość gruntu według rentowności, otrzymamy:

$$\begin{aligned} L_m &= (G + Z + u) \cdot 1 \cdot 0 p^{m-n} - (T_a \cdot 1 \cdot 0 p^{m-a} + \dots) + Z = \\ &= (D_k + T_a \cdot 1 \cdot 0 p^{k-a} + \dots - u \cdot 1 \cdot 0 p^k - Z + Z + u) \cdot 1 \cdot 0 p^m - \\ &\quad - (T_a \cdot 1 \cdot 0 p^{m-a} + \dots) + Z = \\ &= \left(\frac{D_k + T_a \cdot 1 \cdot 0 p^{k-a} + T_n \cdot 1 \cdot 0 p^{m-n} \dots - u \cdot 1 \cdot 0 p^k + u \cdot 1 \cdot 0 p^k}{1 \cdot 0 p^k - 1} \right) 1 \cdot 0 p^m - \\ &\quad - \left(\frac{T_n \cdot 1 \cdot 0 p^{m-n} \cdot 1 \cdot 0 p^k + T_a \cdot 1 \cdot 0 p^{m-a}}{1 \cdot 0 p^k - 1} \right) - Z = \end{aligned}$$

$$L_m = 1 \cdot 0 p^m \left(\frac{D_k + T_a \cdot 1 \cdot 0 p^{k-a} + \dots + \frac{T_a}{1 \cdot 0 p^a} + \dots - u}{1 \cdot 0 p^k - 1} \right) - Z$$

Jak widzimy, jest wzór dla obliczania wartości lasu według wyłożonych kosztów zupełnie taki sam jak i dla obliczenia wartości spodziewanej.

Wzór powyższy możemy zastosować do obliczenia wartości lasu według wyłożonych kosztów tylko w takim razie, jeżeli dochody pośrednie T_a , T_b , wydarzyły się przed wiekiem lasu, dla którego wartość obliczamy. Skoro jednak dochody pośrednie T_a , T_b , wydarzyły się po wieku lasu, dla którego wartość obliczamy, będzie wzór:

$$L_m = 1 \cdot 0 p^m \left(\frac{D_k + T_a \cdot 1 \cdot 0 p^{k-a} + T_b \cdot 1 \cdot 0 p^{k-b} + \dots - u}{1 \cdot 0 p^k - 1} \right) - Z$$

c) *Wartość według rentowności.*

Jeżeli dochód z lasu, pozostającego w zagospodarowaniu trwałem oznaczmy $= r$, to wartość kapitałowa tej renty będzie:

$$\frac{r}{0 \cdot 0 p}.$$

Ponieważ drzewostany lasu, pozostającego w zagospodarowaniu trwałem i będące w warunkach normalnych, stanowią jego zapas normalny, przedstawia zatem wyraz $\frac{r}{0 \cdot 0 p}$ wartość gruntu według rentowności + wartości zapasu normalnego.

Łatwem jest obliczanie wartości lasu, utworzonego z jednego obrębu gospodarczego. Jeżeli atoli las posiada dla każdego rodzaju zadrzewienia i sposobu gospodarowania osobny obręb gospodarczy, należy dla każdego poszczególnego obrębu gospodarczego obliczyć osobno jego rentowność. Suma wartości poszczególnych obrębów gospodarczych stanowi wartość całego lasu.

Przyjąwszy roczny dochód w wieku rębności $= D_k$, dochody pośrednie $= T_a$, T_b , (dla skrócenia dochody uboczne opuszcza się) roczne koszty zarządu na jednej klasie wieku $= z$, zaś na wszystkich klasach $= k \cdot z$; roczne koszty uprawy $= u$, otrzymamy roczny czysty dochód $= r$, z danego ubrębu gospodarczego:

$$r = D_k + T_a + T_b + \dots - (u + k \cdot z.)$$

Wartość więc kapitałowa według rentowności danego obrębu gospodarczego będzie :

$$L_n = \frac{r}{0.0p} = \frac{D_k + T_a + T_b \dots - (u + k \cdot z)}{0.0p}$$

W lasach zagospodarowanych trwale o rocznych okresach, daje nam dany obręb gospodarczy, którego obszar wynosi k jednostek, jako rentę lasową

$$D_k + T_a + T_b + \dots - (u + k \cdot z).$$

Dla jednostki lasu wyniesie renta

$$\frac{D_k + T_a + T_b \dots - (u + k \cdot z)}{k}$$

zaś wartość kapitałowa tej jednostki będzie :

$$\frac{D_k + T_a + T_b \dots - (u + k \cdot z)}{k \cdot 0.0p}$$

Wysokość wartości lasu nie daje wcale pojęcia o rentowności gospodarki leśnej. Wartość ta może być bardzo wysoka, gdy wartość gruntu według rentowności, obliczona na podstawie tych samych danych, obliczy się bardzo nisko albo też nierzadko otrzymuje się ujemne wyniki.

Wiadomo iż wysokość wartości zapasu normalnego stoi w prostym stosunku do wysokości kolei i w miarę wzrostu kolei wzrasta też i wartość zapasu normalnego, oczywiście przy normalnych warunkach gospodarczych.

Inaczej się ma z wysokością wartości gruntu według rentowności, a temsamem i rentą gruntową — ta bowiem stojąc w odwrotnym stosunku do wysokości kolei w miarę wzrostu kolei, maleje.

W lasach zagospodarowanych w wysokich kolejach, przenosi się oprocentowanie kapitałów, w gospodarstwie leśnem czynnych na zapas normalny obniża się tem samem rentowność gruntu. Zjawisko to jest zupełnie naturalne gdy uprzytomnimy sobie okoliczność iż grunt w gospodarstwie leśnem oprocentowuje się dobrze tylko w pewnej wysokości kolei, którą to wysokość koleją finansową, albo koleją najwyższej renty gruntowej zowiemy.

Jeżeli więc podnosimy kolej ponad ten okres, wówczas maleje renta gruntowa, a temsamem i rentowność gospodarstwa

leśnego, jakkolwiek renta lasowa wzrasta. Otóż zastosowanie kolei finansowej w gospodarce leśnej uważać należy za najodpowiedniejsze, albowiem w tym okresie rentują się równocześnie grunt i zapas normalny.

Ponieważ sprawa ta dotyczy więcej statyki leśnej, więc w tym dziale będzie dokładniej traktowaną.

d) Wartość sprzedaży.

Pod wartością sprzedażną lasów rozumiemy tę wartość, którą lasowi nadajemy w porównaniu z dokonaniem sprzedaży podobnych lasów.

Jeżeli jednak w okolicy takich sprzedaży nie było i byłby brak cen porównawczych, wówczas należy oszacować wartość gruntu według rentowności; drzewostany starsze na podstawie faktycznie obliczonej masy i cen jednostkowych drewna, młodsze zaś według wartości spodziewanej lub też według wyłożonych kosztów.

CZĘŚĆ II.

PRAKTYCZNE ZASTOSOWANIE.

CS. 2. 11

PRÁKTYCNE ZASTOSOVANIE

Przykłady.

Obliczanie wartości doprocentowej (końcowej) kapitału.)*

Przykład 1.

Do jakiej wysokości urosną wyłożone na początku kolejii kosztu uprawy 1 ha sosniny w kwocie 60 Mp. do końca 100 latniej kolejii, przyjmując w rachubę $p = 3\%$.

Otrzymamy według wzoru:

$$W_k = W_p \cdot (1+p)^n \text{ podstawiając wartości za } W_p = 60; n = 100; p = 3\%.$$

$$W_k = 60 \cdot 1.03^{100} = 60 \cdot 10.218 = 1153.08 \text{ Mp.}$$

Koszt uprawy urosnie zatem do końca kolejii do kwoty = 1153.08 Mp.

Przykład 2.

Dany 70-cio letni drzewostan przedstawia na 1 ha 516 m³ ścisłej masy drzewnej, jaką masę będzie przedstawiał ten drzewostan w 80-tym roku, jeżeli procent przyrostu wynosi 2%.

Według powyższego wzoru otrzymamy:

$$M_{80} = M_{70} \cdot 1.02^{10} = 517.1219 = 630.22 \text{ m}^3.$$

Obliczanie narosłego procentu składanego.

$$\text{Wzór} = W_p \cdot (1+p^n - 1).$$

*) Na końcu podane są tablice procentu składanego i sposób ich użycia.

Przykład 1.

Koszt zasadzenia 1 ha sośniny wynosił na początku kolejki 60 Mp. i wzrósł do końca 100-letniej kolejki do kwoty 1153·08 Mp. Ile wynosi narosły procent składany, jeżeli $p = 3\%$.
 $1153·08 - 60 = 1093·08$, albo $60 (1·03^{100} - 1) = 60·18·218 = 1093·08$ Mp.

Przykład 2.

Wartość 70 letniego drzewostanu wynosi 2520 Mp. i urośnie do 80 roku, a więc w przeciągu 10 lat do wysokości 3465 Mp.; Jak wysoki jest narosły procent, względnie wartość 10 letniego przyrostu, jeżeli $p = 3\%$.

$$3465 - 2580 = 885 \text{ Mp. albo}$$

$$2580 \cdot (1·03^{10} - 1) = 2580·0·3439 = 885 \text{ Mp.}$$

Obliczanie wartości odprocentowej (początkowej) kapitału.

$$\text{Wzór } W_p = \frac{W_k}{1·0p^n} = W_k \cdot \frac{1}{1·0p^n}.$$

Przykład 1.

Jaką wartość początkową przedstawia dany kapitał, który ulokowany na procencie składanym 4% urosł po 30 latach do wysokości 18500 Mp.

$$W_p = 18500 \cdot \frac{1}{1·04^{30}} = 18500·0·308 = 5598 \text{ Mp.}$$

Przykład 2.

Jaka jest wartość początkowa kosztów uprawy 1 ha sośniny jeżeli podstawiając za $p = 3\%$ urosły one na końcu 100 letniej kolejki do wysokości 1200 W_p .

$$W_p = 1200 \cdot \frac{1}{1·03^{100}} = 1200·0·052 = 62·40 \text{ Mp.}$$

Obliczanie procentu i okresu oprocentowania.

Dla obliczania procentu i okresu oprocentowania wystarczy iloraz $\frac{W_k}{W_p}$, ponieważ tak odpowiadający temu ilorazowi procent, jak i okres oprocentowania bez użycia logarytmów, z dołączonych tablic, wprost odczytany być może, skoro jedna z tych ilości jest daną.

Przykład.

Wartość 70 letniego drzewostanu wynosi 2000 Mp., w przeciągu 10 lat wzrasta ona do 2688 Mp. Jak wielki jest procent przyrostu.

$$10p^n = \frac{W_k}{W_p} = \frac{2688}{2000} = 1.3440.$$

Wyszukujemy teraz w tablicy doprocentowej okres 10 lat i w kolumnie poziomej na przeciw okresu liczbą 1.3440, zaś w kolumnie prostopadłej u góry odczytujemy szukany procent, który w tym wypadku = 3%.

Skoro p jest znane a szukamy okresu = n , postępujemy odwrotnie.

Przykład.

Wartość 70 letniego drzewostanu wynosiła 2000 Mp.

Obecna jego wartość wynosi 2688 Mp. Jakiego okresu czasu potrzeba było ażeby kwota 2000 Mp. urosła do kwoty 2688 Mp. przyjmując w rachubę 3%.

$$\frac{2688}{2000} = 1.3440.$$

Wyszukujemy teraz w tablicy doprocentowej u góry oznaczony procent 3%, i w kolumnie prostopadłej liczbę 1.3440, zaś w kolumnie poziomej odpowiedni okres, który w tym wypadku wynosi 10 lat.

Obliczanie wartości końcowej rent.

Renta roczna skończona.

Przykład.

Dany rewir przynosi rocznie dochodu z wydzierżawienia prawą polowania, przez lat 12, i to na początku każdego roku

200 Mp. Jaka będzie wartość końcowa tej renty, jeżeli przyjmujemy w rachubę 3%.

$$\text{Wzór. } S = \frac{r \cdot 1.0p \cdot (1.0p^k - 1)}{0.0p}$$

$$200 \cdot \frac{1.03 (1.03^{12} - 1)}{0.03} = \frac{200 \cdot 1.03 \cdot 0.426}{0.03} = 2935.20 \text{ Mp.}$$

Ten sam przykład. Czynsz dzierżawny wpływa na końcu

$$\text{Wzór. } S = \frac{r \cdot (1.0p^n - 1)}{0.0p}$$

$$\frac{200 \cdot (1.03^{12} - 1)}{0.03} = \frac{200 \cdot 0.426}{0.03} = 2840 \text{ Mp.}$$

Renta okresowa skończona.

Przykład 1.

Drzewostan jodłowy w odnowieniu naturalnem zrębami częściowymi w okresach pięcioletnich, daje za 1 ha 4 razy, za każdym razem po 1000 Mp. Jaka będzie wartość renty przy końcu okresu odnowienia t. j. po latach 20, przyjmując w rachubę 3%.

$$\text{Wzór. } S = \frac{R \cdot (1.0p^{mn} - 1)}{1.0p^m - 1}.$$

W tem zagadnieniu jest $R = 1000$; $p = 3\%$; $m = 5$; $n = 4$. będzie więc suma

$$\frac{1000 \cdot (1.03^{20} - 1)}{1.03^5 - 1} = \frac{1000 \cdot (1.03^{20} - 1)}{1.03^5 - 1} = \frac{1000 \cdot 0.806}{0.159} =$$

$$= 5069 \text{ Mp.}$$

Przykład 2.

Las dębowy, zagospodarowany w koleji 100 letniej, daje w roku 85, 90, 95 i 100 dochodu ze sprzedaży żołądzi 20 Mp. Jaka będzie wartość końcowa tych dochodów przy końcu koleji, przyjmując w rachubę 3%.

W tem zagadnieniu jest $R = 20$; $m = 5$; $n = 4$; $p = 3\%$.

Będzie więc:

$$\frac{20 \cdot (1.03^{4 \cdot 5} - 1)}{1.03^5 - 1} = \frac{20 \cdot (1.03^{20} - 1)}{1.03^5 - 1} =$$

$$\frac{20 \cdot 0.806}{0.140} = 100.73 \text{ Mp.}$$

Obliczanie wartości początkowej rent.

Renta roczna skończona.

Przykład 1.

Właściciel płaci od jednego ha lasu, tytułem kosztów zarządu ochrony i podatków, w ciągu 80-letniej kolei rocznie 4 Mp. Jaka jest wartość początkowa tych wydatków, przyjmując w rachubę 3%.

$$\text{Wzór. } S = \frac{r \cdot (1'0p^n - 1)}{1'0p^n \cdot 0'0p}.$$

W tem zagadnieniu jest $r = 4$; $n = 80$; $p = 3\%$, będzie więc:

$$\frac{4 \cdot (1'03^{80} - 1)}{1'03^{80} \cdot 0'03} = 4 \cdot 30'2 = 120'8 \text{ Mp.}$$

To znaczy iż właściciel złożywszy na początku kolei kwotę 120'8 Mp., pokryje nią wraz z narastającym na niej procentem składanym, coroczne koszty zarządu po 4 Mp. rocznie przez lat 80.

Przykład 2.

Wskutek wybudowania drogi leśnej zapewniony jest przez lat 20 wywóz drzewa 500 m³ = rocznie.

Wskutek wybudowania tej drogi obniży się koszt wywozu 1 m³ drewna o 1 Mp., natomiast podniesie się jego cena o 1 Mp.

Zachodzi pytanie, jaki kapitał można wyłożyć na budowę tej drogi, jeżeli roczny koszt utrzymania wyniesie 60 Mp., a po latach 20 zaniechaną zostanie $p = 3\%$.

Roczny zwiększony dochód 500 Mp.

„ „ „ rozchód 60 „

Czysty roczny dochód 440 Mp.

W tem zagadnieniu jest $r = 440$ Mp., $n = 20$; $p = 3\%$; będzie więc:

$$\frac{440 \cdot (1'03^{20} - 1)}{1'03^{20} \cdot 0'03} = \frac{440 \cdot 0'806}{1'806 \cdot 0'03} = 6545'59 \text{ Mp., które mogą być wydane na budowę bez straty.}$$

Renta okresowa skończona.

Przykład.

Las dębowy zagospodarowany w kolei 100 letniej daje w roku 85, 90, 95, 100 dochodu ze sprzedaży żołądzi 20 Mp. Jaka będzie wartość tych dochodów w roku 80-tym, przyjmując w rachubę 3%.

$$\text{Wzór. } S = \frac{R \cdot (1.0p^{mn} - 1)}{1.0p^{mn} \cdot 0.0p}.$$

W tem zagadnieniu jest $R = 20$, $m = 5$; $n = 4$; $p = 3\%$.

Będzie więc:

$$\frac{20 \cdot (1.03^{5 \cdot 4} - 1)}{1.03^{5 \cdot 4} \cdot 0.03} = \frac{20 \cdot 0.806}{1.806 \cdot 0.03} = 56.04 \text{ Mp.}$$

Renta roczna wieczysta.

Przykład.

Łąka w lesie daje rocznie czystego dochodu 85 Mp. Jaka jest wartość początkowa, względnie kapitałowa tego dochodu, przyjmując w rachubę 3%.

$$\text{Wzór. } S = \frac{r}{0.0p} = \frac{85}{0.03} = 2833.33 \text{ Mp.}$$

Renta okresowa wieczysta.

Przykład 1.

Hektar lasu świerkowego, zagospodarowanego w kolei 100 letniej, daje co lat 100 dochodu głównego 2000 Mp. Jaka jest wartość początkowa tych dochodów, przyjmując w rachubę 3%.

$$\text{Wzór. } S = \frac{R}{1.0p^k - 1} = R \cdot \frac{1}{1.0p^k - 1}.$$

W tem zagadnieniu jest $R = 2000$; $k = 100$; $p = 3\%$, będzie więc:

$$2000 \cdot \frac{1}{1.03^{100} - 1} = 2000 \cdot 0.0549 = 109.80 \text{ Mp.}$$

To znaczy, iż jeżeliby ktoś chciał pobierać w okresach 100 letnich rentę w wysokości 2000 kor. musi złożyć jednorazowo na początku pierwszego okresu 109.80 Mp.

Przykład 2.

Ktoś jest uprawniony do poboru z lasu drewna na postawienie budynku. Jak wysokiem musi być odszkodowanie za zniesienie tej służebności, jeżeli budynek właśnie postawiony został; pobrane na budowę drzewo przedstawiało wartość 2400 Mp. a co lat 80 okazuje się konieczność postawienia nowego budynku, przyjmując w rachubę 4%.

$$\frac{2400}{1.04^{80} - 1} = 2400 \cdot 0.0454 = 109 \text{ Mp. wyniesie odszkodowanie.}$$

Przykład 4.

Jaką wartość przedstawi drzewostan 40-letni zagospodarowany w kolejni 70-letniej, dający dochodu w wieku rębności 4000 Mp. a któryto dochód co 70 lat się powtarza, przyjmując w rachubę 3%.

$$\text{Wzór } S = \frac{R \cdot 1.0p^{n \cdot m}}{1.0p^n - 1}.$$

W tem zagadnieniu jest $R = 4000$; $n = 70$; $m = 40$; $p = 3\%$.

będzie więc:

$$\frac{4000 \cdot 1.03^{70 \cdot 40}}{1.03^{70} - 1} = 4000 \cdot 2.427 \cdot 0.1446 = 1403.82 \text{ Mp.}$$

Przykład 4.

Posad 1 ha lasu sosnowego, zagospodarowanego w 100 letniej kolejni, kosztuje na początku każdej kolejni 45 Mp.

Jaka jest wartość początkowa tych kosztów, przyjmując w rachubę 3%.

$$\text{Wzór } S = \frac{R \cdot 1.0p^n}{1.0p^n - 1}.$$

$$\frac{45 \cdot 1.03^{100}}{1.03^{100} - 1} = \frac{45 \cdot 19.21}{18.21} = 47.52 \text{ Mp.}$$

To znaczy, iż, ktoś chcąc zakulturować 1 ha sośniny, musi złożyć jednorazowo na początku kolejni 45 Mp. jako koszt uprawy i 2.52 Mp., które dawałyby co 100 lat procentu składanego 45 Mp. na nową uprawę. X

Zamiana renty okresowej na rentę roczną.

Przykład 1.

Jeden ha łąki leśnej, daje na końcu każdego roku 70 Mp. dochodu. Ta sama przestrzeń lasu, zagospodarowana w kolejii 80-letniej, daje dochodu 8000 Mp. Jaki sposób użytkowania gruntu jest korzystniejszy, przyjmując w rachubę 3%.

$$\text{Wzór. } r = \frac{R \cdot 0,0p}{1,0p^m - 1},$$

$$\frac{8000 \cdot 0,03}{1,03^{80} - 1} = 8000 \cdot 0,1037 \cdot 0,03 = 24,89 \text{ Mp.}$$

Las przynosi rocznie 24,89 Mp. gdy łąka 70 Mp. Użytkowanie więc gruntu jako łąki jest korzystniejsze.

Przykład 2.

Jaką rentę roczną należałoby uprawnionemu uiszczać za zrzeczenie się dochodu z trzebieży 240 Mp., które daje las zagospodarowany w kolejii 100-letniej, w 40 roku wieku drzewostanu, przyjmując w rachubę 3%.

$$\text{Wzór. } r = \frac{R \cdot 1,0p^{n \cdot m}}{1,0p^n - 1} \cdot 0,0p$$

W tem zagadnieniu jest $R = 240$; $n = 100$; $m = 40$; $p = 3\%$.

$$\frac{240 \cdot 1,03^{100 \cdot 40}}{1,03^{100} - 1} \cdot 0,03 = \frac{240 \cdot 5,891}{18,218} \cdot 0,03 = 2,32 \text{ Mp.}$$

Przykład 3.

Uprawa 1 ha lasu sosnowego, zagospodarowanego w 100-letniej kolejii, kosztuje 60 Mp. Jaką kwotę musiałby właściciel corocznie składać przez cały okres kolejii, ażeby po wycięciu tego drzewostanu zbierać kwotę 60 Mp. na koszt uprawy.

$$\text{Wzór. } r = \frac{R \cdot 1,0p}{1,0p^n - 1} \cdot 0,0p$$

$$\frac{60 \cdot 19,218}{18,218} \cdot 0,03 = 1,97 \text{ Mp.}$$

$$r = \frac{65000 \cdot 1.05^{20}}{1.05^{20} - 1} \cdot 0.05 = \frac{65000 \cdot 2.653 \cdot 0.05}{1.653} = 5215.17 \text{ Mp.}$$

wynosi rata roczna.

Obliczanie wartości gruntu.

Wartość według rentowności.

Przykład 1.

Las świerkowy, 2. klasy zamożności, zagospodarowany w koleji 80-letniej, daje z 1 ha dochodu głównego $D_k = 8580 \text{ Mp}$

Trzebieże: w 30 r = 120 Mp; w 40 r = 105 Mp; w 50 r = 160 Mp; w 60 r = 185 Mp.

Dochód ze zbierania trawy przez 10 lat od odnowienia drzewostanu rocznie 1 Mp.

Koszta uprawy = 100 Mp.

Roczne koszty zarządu = 5 Mp.

Jaka jest wartość gruntu według rentowności, przyjmując w rachubę 3%.

Wzór.

$$G = \frac{D_k + T_a \cdot 1.0p^{k-a} + T_b \cdot 1.0p^{k-b} + \dots + n \cdot \frac{(1.0p^n - 1)}{0.0p} \cdot 1.0p^{k-n} - u \cdot 1.0p^k}{1.0p^k - 1}$$

$$- \frac{z}{0.0p}$$

Będzie więc:

$$D_k = 8580 \text{ Mp.}$$

$$T_{30} = 120 \cdot 1.03^{50} = 120 \cdot 4.384 = 526 \text{ „}$$

$$T_{40} = 105 \cdot 1.03^{40} = 105 \cdot 3.262 = 343 \text{ „}$$

$$T_{50} = 160 \cdot 1.03^{30} = 160 \cdot 2.427 = 388 \text{ „}$$

$$T_{60} = 185 \cdot 1.03^{20} = 185 \cdot 1.806 = 334 \text{ „}$$

$$n = \frac{1}{0.03} \cdot (1.03^{10} - 1) \cdot 1.03^{70} = 11.462 \cdot 7.918 = 91 \text{ „}$$

$$\text{Suma dochodów} \dots 10262 \text{ Mp.}$$

$$\text{od tego } u \cdot 1.0p^k = 100 \cdot 1.03^{80} = 100 \cdot 10.641 = 1064 \text{ „}$$

$$\text{Pozostaje} \dots 9198 \text{ Mp.}$$

Powyższy dochód, odprocentowany jako 80-letnia renta okresowa, wyniesie $\frac{9198}{1.03^{80} - 1} = 9198 \cdot 0.1037 = 954 \text{ Mp}$

od tego $\frac{z}{0.0p} = \frac{5}{0.03} = 500 : 3 = 167 \text{ „}$

Pozostaje wartość według rentowności = 787 Mp

Według Hönlingera.

$$\text{Wzór. } G = \frac{D_k + T_a + T_b + \dots - (u + k \cdot z)}{1.0p^k - 1}$$

$$G = \frac{8580 + 120 + 105 + 160 + 185 + 1 - (100 + 80.5)}{9.641} = 897 \text{ Mp}$$

Przykład 2.

Las bukowy, 2 klasy zamożności, zagospodarowany w koleji 110 letniej, zrębami częściowymi w okresach 5 letnich, celem naturalnego odnowienia. 1 ha tego lasu daje dochodu głównego $D_k = 6000 \text{ Mp}$.

Trzebieże: $T_{40} = 72 \text{ Mp}$; $T_{50} = 200 \text{ Mp}$; $T_{60} = 240 \text{ Mp}$;
 $T_{70} = 260 \text{ Mp}$; $T_{80} = 300 \text{ Mp}$; $T_{90} = 400 \text{ Mp}$.

Koszta wynoszą: $u = 20 \text{ Mp}$; $z = 6 \text{ Mp}$. rocznie.

Cięcie rozpoczyna się w wieku lat 100 i trwa do 120 roku.

W rachubę przyjmujemy 3%.

$$D_k = \text{pięciokrotna renta po } 1200 \text{ Mp.} = \frac{1200 \cdot (1.03^{25} - 1)}{1.03^5 - 1} =$$

$$= 120 \cdot 1.093 \cdot 6.278 = 8230.40 \text{ Mp.}, \text{ kwota ta odprocentowana na rok } 10. \text{ t. j. do połowy okresu odnowienia, będzie:}$$

$$D_k = 8230.40 \cdot \frac{1}{1.03^{10}} = 8230.40 \cdot 0.744 = 6118 \text{ Mp.}$$

$$T_{40} = 72 \cdot 7.9178 = 570 \text{ „}$$

$$T_{50} = 200 \cdot 5.8916 = 1178 \text{ „}$$

$$T_{60} = 240 \cdot 4.3839 = 1052 \text{ „}$$

$$T_{70} = 260 \cdot 4.2620 = 848 \text{ „}$$

$$T_{80} = 300 \cdot 2.4273 = 728 \text{ „}$$

$$T_{90} = 400 \cdot 1.8061 = 722 \text{ „}$$

Suma dochodów 11216 Mp.

Od tego $u \cdot 1.0p^k = 20 \cdot 25.8282 = 517 \text{ Mp.}$

Pozostaje 10699 Mp.

które odprocentowane jako 110 letnia renta okresowa, dadzą:

$$\frac{10699}{1.03^{110} - 1} = 10699 \cdot 0.0403 \quad 431 \text{ Mp.}$$

$$\text{od tego kosztu zarządu } \frac{z}{0.0p} = \frac{6}{0.03} = 200 \text{ „}$$

Pozostaje 231 Mp.

jako wartość gruntu według rentowności.

Przykład 3.

Las jodłowy, zagospodarowany w kolej 100 letniej zrębami częściowymi celem uzyskania naturalnego odnowienia, daje z jednego ha dochodu; D_{80} zręb przygotowawczy = 760 Mp; D_{90} , zręb obsiewny = 1440 Mp; D_{100} , zręb zupełny = 1900 Mp; $T_{30} = 100 \text{ Mp}$; $T_{40} = 148 \text{ Mp}$; $T_{50} = 204 \text{ Mp}$; $T_{60} = 244 \text{ Mp}$; $T_{70} = 248 \text{ Mp}$; $u = 30 \text{ Mp}$; $z = 8 \text{ Mp}$, rocznie; $p = 3\%$.

Jaka jest wartość gruntu według rentowności.

$$\text{Wzór } G = \left(\frac{D_x}{1.0p^x} + \frac{D_y}{1.0p^y} + \dots + \frac{T_a}{1.0p^a} + \frac{T_b}{1.0p^b} + \dots + u \right) \cdot \left(1 + \frac{1}{1.0p^k - 1} \right) - \frac{z}{1.0p}.$$

Będzie więc wartość jak następuje:

$$D_{80} = \frac{760}{1.03^{80}} = 760 \cdot 0.0939 = 71.36 \text{ Mp.}$$

$$D_{90} = \frac{1440}{1.03^{90}} = 1440 \cdot 0.0699 = 100.65 \text{ „}$$

$$D_{100} = \frac{1900}{1.03^{100}} = 1900 \cdot 0.0530 = 98.80 \text{ „}$$

$$D_{80} = \frac{100}{1.03^{30}} = 1000 \cdot 0.4119 = 45.36 \text{ „}$$

$$T_{40} = \frac{148}{1.03^{40}} = 148 \cdot 0.3065 = 45.36 \text{ „}$$

$$T_{50} = \frac{204}{1.03^{50}} = 204 \cdot 0.2281 = 46.52 \text{ „}$$

$$T_{60} = \frac{244}{1.03^{60}} = 244 \cdot 0.1697 = 41.40 \text{ „}$$

$$T_{70} = \frac{248}{1.03^{70}} = 248 \cdot 0.1263 = 31.32 \text{ Mp.}$$

$$\text{od tego } u = 30 \text{ Mp.}$$

	Suma dochodów 476.60 Mp.
	30.00 „

$$\text{zaczem } 446.60 \left(1 + \frac{1}{1.03^{100} - 1}\right) = 446.60 \cdot 1.056 = 471.16 \text{ Mp.}$$

$$\text{od tego } \frac{z}{0.0p} = \frac{8}{0.03} = 266.66 \text{ Mp.}$$

$$\text{Pozostaje wartość gruntu według rentowności } 204.50 \text{ Mp.}$$

Przykład 4.

Las dębowy, 1. klasy zamożności, zagospodarowany niskopiennie w koleji 30 letniej, daje z 1 ha dochodu głównego $D_k = 1320 \text{ Mp}$; $u = 30 \text{ Mp}$; $z = 5 \text{ Mp}$; $p = 3\%$.

Jaka jest wartość gruntu według rentowności.

$$G = \frac{D_k - u \cdot 1.0p_k}{1.0p_k - 1} - \frac{z}{0.0p} = \frac{1320 - 30 \cdot 1.03^{30}}{1.03^{30} - 1} - \frac{5}{0.03} =$$

$$(1320 - 30 \cdot 2.4273) \cdot 0.7006 - 167 = (13020 - 63) 0.7006 - 167 = 713 \text{ Mp.}$$

wynosi wartość gruntu według rentowności.

Wartość gruntu według wyłożonych kosztów.

Przykład.

Ktoś zakupił 1 ha gruntu leśnego za cenę 200 Mp.; na wyrównanie wydał zaraz na początku roku zakupu 80 Mp; roczne podatki wynoszą 2 Mp. Grunt dopiero po latach 4 stał się zdolny pod uprawę. Jaka jest wartość tego gruntu według wyłożonych kosztów, przyjmując w rachubę 3%.

$$200 \cdot 1.03^4 + 80 \cdot 1.03^4 + 2 \cdot \frac{1.03^4 - 1}{0.03} =$$

$$200 \cdot 1.1255 + 80 \cdot 1.1255 + 2 \cdot 4.1837 = 225 + 90 + 8.26 = 303.36 \text{ Mp.}$$

Obliczanie wartości drzewostanów.

Wartość spodziewana.

Przykład 1.

Obliczyć wartość spodziewaną 40 letniego drzewostanu, który według planu gospodarczego powinien być wycięty dopiero w wieku lat 80.

Spodziewane dochody w wieku rębności lat 80 wynoszą:
 $D_k = 5000 \text{ Mp.}$; $T_{50} = 160 \text{ Mp.}$; $T_{60} = 200 \text{ Mp.}$; $T_{70} = 240 \text{ Mp.}$;
 $z = 4.5 \text{ Mp.}$; $p = 3\%$.

Wzór.

$$W_d = \frac{D_k + T_a \cdot 1.0p^{k-a} + T_b \cdot 1.0p^{k-b} \dots - (G + Z)(1.0p^{k-m} - 1)}{1.0p^{k-m}}$$

Wartości dodatnie.

$$\begin{aligned} \frac{D_k}{1.0p^{k-m}} &= \frac{5000}{1.03^{80-40}} = 5000 \cdot 0.2065 = 1532.50 \text{ Mp.} \\ \frac{T_{50} \cdot 1.0p^{k-a}}{1.0p^{k-m}} &= \frac{160 \cdot 1.03^{80-50}}{1.03^{80-40}} = 160 \cdot 2.4273 \cdot 0.3065 = 119.05 \text{ „} \\ \frac{T_{60} \cdot 1.0p^{k-b}}{1.0p^{k-m}} &= \frac{200 \cdot 1.03^{80-60}}{1.03^{80-40}} = 200 \cdot 1.8061 \cdot 0.3065 = 110.72 \text{ „} \\ \frac{T_{70} \cdot 1.0p^{k-c}}{1.0p^{k-m}} &= \frac{240 \cdot 1.03^{80-70}}{1.03^{80-40}} = 240 \cdot 1.3439 \cdot 0.3065 = 98.82 \text{ „} \end{aligned}$$

Suma wartości dodatnich 1861.10 Mp.

Wartości ujemne.

$$G = \frac{(G + Z) \cdot (1.0p^{k-m} - 1)}{1.0p^{k-m}} = \frac{D_k + T_a \cdot 1.0p^{k-a} + T_b \cdot 1.0p^{k-b} + \dots - z}{1.0p^k - 1} \cdot \frac{z}{0.0p}$$

Będzie zatem $G =$

$$\frac{D_k}{1.0p^k - 1} = \frac{5000}{1.03^{80} - 1} = 5000 \cdot 0.1037 = 518.50 \text{ Mp.}$$

$$\frac{T_{50} \cdot 1 \cdot 0p^{k-a}}{1 \cdot 0p^k - 1} = \frac{160 \cdot 1 \cdot 05^{80,50}}{1 \cdot 0p^{80} - 1} = 160 \cdot 2 \cdot 4273 \cdot 0 \cdot 1037 = 40 \cdot 26 \text{ Mp.}$$

$$\frac{T_{60} \cdot 1 \cdot 0p^{k-b}}{1 \cdot 0p^k - 1} = \frac{200 \cdot 1 \cdot 03^{80,60}}{1 \cdot 03^{80} - 1} = 200 \cdot 1 \cdot 8061 \cdot 0 \cdot 1037 = 37 \cdot 16 \text{ „}$$

$$\frac{T_{70} \cdot 1 \cdot 0p^{k-c}}{1 \cdot 0p^k - 1} = \frac{240 \cdot 1 \cdot 03^{80,70}}{1 \cdot 03^{80} - 1} = 240 \cdot 1 \cdot 3439 \cdot 0 \cdot 1037 = 33 \cdot 44 \text{ „}$$

$$\text{Razem } 629 \cdot 36 \text{ Mp.}$$

$$\text{od tego } \frac{z}{0 \cdot 0p} = \frac{4 \cdot 5}{0 \cdot 03} = 450 : 3 = 150 \cdot 00 \text{ „}$$

$$\text{Wartość } G = 479 \cdot 36 \text{ „}$$

$$\text{od tego kapitał zarządu } Z = \frac{z}{0 \cdot 0p} = 450 : 3 = 150 \cdot 00 \text{ „}$$

$$\underline{\underline{G + Z \text{ razem } 629 \cdot 36 \text{ Mp.}}}$$

$$\frac{(G + Z) \cdot (1 \cdot 0p^{k-m} - 1)}{1 \cdot 0p^{k-m}} = \frac{629 \cdot 36 \cdot (1 \cdot 03^{80,40} - 1)}{1 \cdot 03^{80,40}} =$$

$$= \frac{269 \cdot 36 \cdot (1 \cdot 03^{40} - 1)}{1 \cdot 03^{40}} = \frac{629 \cdot 36 \cdot 2 \cdot 262}{3 \cdot 262} =$$

$$= 629 \cdot 36 \cdot 2 \cdot 262 \cdot 0 \cdot 3065 = 436 \cdot 34 \text{ Mp. jako Suma wartości odjemnych.}$$

Zestawienie.

$$\text{Wartości dodatnie} = 1861 \cdot 10 \text{ Mp.}$$

$$\text{„ odjemne} = 436 \cdot 34 \text{ „}$$

$$\underline{\underline{\text{Wartość spodziewana drzewostanu } 1324 \cdot 76 \text{ Mp.}}}$$

Przykład 2.

Las jak poprzednio.

Wzór.

$$Wd = \left[\frac{D_k}{1 \cdot 0p^k} + \frac{T_a}{1 \cdot 0p^a} + \frac{T_b}{1 \cdot 0p^b} + \dots + \frac{(G + Z)}{1 \cdot 0p^k} \right] 1 \cdot 0p^m - (G + Z).$$

Wartości dodatnie.

$$\frac{D_k}{1 \cdot 0p^k} = \frac{5000}{1 \cdot 03^{80}} = 5000 \cdot 0 \cdot 0939 = 469 \cdot 50 \text{ Mp.}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{T_a}{1.0p^a} &= \frac{160}{1.03^{40}} = 160 \cdot 0.2281 = 36.49 \text{ Mp.} \\
 \frac{T_b}{1.0p^b} &= \frac{200}{1.03^{80}} = 200 \cdot 0.1697 = 33.94 \text{ „} \\
 \frac{T_c}{1.0p^c} &= \frac{240}{1.03^{70}} = 240 \cdot 0.1263 = 30.30 \text{ „} \\
 \frac{(G+Z)}{1.0p_k} &= \frac{629.36}{1.03^{80}} = 629.36 \cdot 0.0939 = 59.09 \text{ „} \\
 \hline
 & \text{Razem } 629.32 \text{ Mp.}
 \end{aligned}$$

$629.32 \cdot 3.262 = 2052.82$. Jako wartość dodatnia.

Zestawienie.

$$\begin{aligned}
 \text{Wartości dodatnie} &= 2052.84 \text{ Mp.} \\
 \text{„ odjemne} &= 629.36 \text{ „}
 \end{aligned}$$

Wartość spodziewana drzewostanu 1423.48 Mp.

Wartość według wyłożonych kosztów.

Przykład 1.

Las jak poprzednio.

Wzór.

$$\begin{aligned}
 Wd &= (G+Z+u) (1.0p^m - 1) + u - (T_a \cdot 1.0p^{m-a} + T_b \cdot 1.0p^{m-b} + \dots) \\
 Wd &= (639.36 + 0) \cdot (1.03^{40} - 1) + 0 - T_a \text{ (niema przed 40 ro-} \\
 & \text{kiem wieku.)} \\
 &= 629.36 \cdot 2.262 = 1423.61 \text{ Mp.}
 \end{aligned}$$

Przykład 2.

Obliczyć wartość 50 letniego drzewostanu jodłowego, który, według planu gospodarczego, powinien być wycięty dopiero w roku 100. Według tablic doświadczalnych miejscowych powinny wynosić spodziewane dochody w wieku rębności lat 100.:

$$\begin{aligned}
 D_k &= 6790 \text{ Mp.}; T_{30} = 120 \text{ Mp.}; T_{40} = 180 \text{ Mp.}; T_{50} = 180 \text{ Mp.}; \\
 T_{60} &= 200 \text{ Mp.}; T_{70} = 240 \text{ Mp.}; T_{80} = 210 \text{ Mp.}; u = 50 \text{ Mp.}; \\
 z &= 6 \text{ Mp.}; p = 3\%.
 \end{aligned}$$

Obliczenie wartości gruntu.

Wzór. $G = \frac{D_k + T_a \cdot 10p^{k-a} + T_b \cdot 10p^{k-b} + \dots + u \cdot 10p^k}{10p^k - 1} - Z$

$$G = \frac{D_k + T_a \cdot 10p^{k-a} + T_b \cdot 10p^{k-b} + \dots + u \cdot 10p^k}{10p^k - 1} - Z$$

Wartości dodatnie.

$$\begin{aligned} \frac{D_k}{10p^k - 1} &= \frac{6790}{103^{100} - 1} = 6790 \cdot 0.0549 = 372.77 \text{ Mp.} \\ \frac{T_{80} \cdot 10p^{k-a}}{10p^k - 1} &= \frac{120 \cdot 103^{70}}{103^{100} - 1} = 120.79178 \cdot 0.0549 = 52.16 \text{ „} \\ \frac{T_{40} \cdot 10p^{k-b}}{10p^k - 1} &= \frac{180 \cdot 103^{60}}{103^{100} - 1} = 180.58916 \cdot 0.0549 = 58.22 \text{ „} \\ \frac{T_{50} \cdot 10p^{k-c}}{10p^k - 1} &= \frac{180 \cdot 103^{50}}{103^{100} - 1} = 180.43839 \cdot 0.0549 = 43.32 \text{ „} \\ \frac{T_{60} \cdot 10p^{k-d}}{10p^k - 1} &= \frac{200 \cdot 103^{40}}{103^{100} - 1} = 200.32620 \cdot 0.0549 = 35.81 \text{ „} \\ \frac{T_{70} \cdot 10p^{k-e}}{10p^k - 1} &= \frac{240 \cdot 103^{30}}{103^{100} - 1} = 240.24273 \cdot 0.0549 = 23.08 \text{ „} \\ \frac{T_{80} \cdot 10p^{k-g}}{10p^k - 1} &= \frac{210 \cdot 103^{20}}{103^{100} - 1} = 210.1806 \cdot 0.0549 = 20.82 \text{ „} \end{aligned}$$

Suma wartości dodatnich 611.18 Mp.

Wartości ujemne.

$$\begin{aligned} \frac{u \cdot 10p^k}{10p^k - 1} &= \frac{50 \cdot 103^{100}}{103^{100} - 1} = 50.192186 \cdot 0.0549 = 52.75 \text{ Mp.} \\ Z &= \frac{z}{0.0p} = \frac{6}{0.03} = 600 : 3 = 200 \text{ „} \end{aligned}$$

Suma wartości odjemnych = 252.75 Mp.

$$G = 611.18 - 252.75 = 357.43 \text{ Mp.}$$

Wartość drzewostanu.

Wzór.

$$Wd = (G + Z) \cdot (10p^m - 1) + u \cdot 10p^m + (T_a \cdot 10p^{m-a} + T_b \cdot 10p^{m-b} + \dots)$$

Wartości dodatnie.

$$(G + Z + u) \cdot (1 \cdot 0p^m - 1) = (357 \cdot 43 + 200 + 50) \cdot (1 \cdot 03^{80} - 1) + 50 = 607 \cdot 43 \cdot 3 \cdot 3839 + 50 = \underline{2105 \cdot 48 \text{ Mp.}}$$

Wartości ujemne.

$$T_{30} \cdot 1 \cdot 0p^{m-a} = 120 \cdot 1 \cdot 03^{80,30} = 120 \cdot 1 \cdot 8061 = 216 \cdot 73 \text{ Mp.}$$

$$T_{40} \cdot 1 \cdot 0p^{m-b} = 180 \cdot 1 \cdot 03^{80,40} = 180 \cdot 1 \cdot 3439 = 241 \cdot 90 \text{ „}$$

$$T_{50} \cdot 1 \cdot 0p^{m-c} = 180 \cdot 1 \cdot 03^{80,50} = 180 \cdot 1 \cdot 03 = 185 \cdot 40 \text{ „}$$

$$\underline{\underline{\text{Suma wartości ujemnych} = 644 \cdot 03 \text{ Mp.}}}$$

Zestawienie.

$$\text{Wartości dodatnie} = 2105 \cdot 48 \text{ Mp.}$$

$$\text{„ ujemne} = 644 \cdot 03 \text{ „}$$

$$\underline{\underline{\text{Wartość drzewostanu} = 1461 \cdot 44 \text{ Mp.}}}$$

*Wartość według przeciętnego dochodu.**Przykład.*

Las jak poprzednio.

Wzór.

$$Wd = \left[\frac{D_k + T_a + T_b + \dots - (u + z \cdot m)}{k} \right] \cdot m$$

Trzebienie tylko wtedy wchodzi w rachubę, jeżeli się wydarzyły przed rokiem 50-tym.

$$Wd = \frac{6790 + 120 + 180 - (50 + 300)}{100} \cdot 50 = 3370 \text{ Mp.}$$

Wynik trochę za wysoki. Ten sposób nie do użytku.

*Według Martineita.**Przykład.*

Las i dane jak poprzednio.

Wzór.

$$Wd = D_k \cdot \left(\frac{m}{k} \right)^2$$

$$Wd = 6790 \cdot \left(\frac{50}{100} \right)^2 = 6790 \cdot 0.25 = 1697.50 \text{ Mp.}$$

Według Hönlingera.

Przykład.

Las i dane jak poprzednio.

Wzór.

$$Wd = \frac{D_k - (k \cdot z + u)}{1.0p^{k-m}} = \frac{6790 - (100 \cdot 6 + 50)}{1.03^{100} - 1} = 6140 \cdot 0.2281 = 1400.53 \text{ Mp.}$$

Obliczanie wartości zapasu normalnego.

(Wartość spodziewana, według wyłożonych kosztów i według rentowności — jako równobrzmiące.)

Przykład.

Las sosnowy, zagospodarowany w kolejki 70 letniej, daje z 1 ha dochodu:

$D_k = 4540 \text{ Mp.}; T_{30} = 63 \text{ Mp.}; T_{40} = 110 \text{ Mp.}; T_{50} = 150 \text{ Mp.}; T_{60} = 160 \text{ Mp.}; u = 80 \text{ Mp.}; z = 5 \text{ Mp.}; p = 3\%.$

Wzór.

$$Z_n = \frac{D_k + T_a + T_b + \dots - (u + k \cdot z)}{0.0p} - k \cdot G$$

Warrości dodatnie.

$$\begin{aligned} \frac{D_k + T_a + T_b}{0.0p} + \dots &= \frac{4540 + 63 + 110 + 150 + 160}{0.03} = \\ &= \frac{5023}{0.03} = 167433.33 \text{ Mp.} \\ \text{od tego } \frac{u + k \cdot z}{0.0p} &= \frac{80 + 350}{0.03} = \frac{430}{0.03} = 14.333.33 \text{ „} \end{aligned}$$

Wartości dodatnie razem 153.100.00 Mp.

Wartości odjemne.

G. k.

$$G = \frac{D_k + T_a \cdot 1 \cdot 0 p^{k-a} + T_b \cdot 1 \cdot 0 p^{k-b} + \dots - u \cdot 1 \cdot 0 p_k}{1 \cdot 0 p^k - 1} - \frac{z}{0 \cdot 0 p} =$$

$$\frac{D_k}{1 \cdot 0 p^k - 1} = \frac{4540}{1 \cdot 03^{70} - 1} = 4540 \cdot 0 \cdot 1446 = 656 \cdot 48 \text{ Mp.}$$

$$\frac{T_{30} \cdot 1 \cdot 0 p^{k-a}}{1 \cdot 0 p^k - 1} = \frac{63 \cdot 1 \cdot 03^{40}}{1 \cdot 02^{70} - 1} = 63 \cdot 3262 \cdot 0 \cdot 1446 = 29 \cdot 71$$

analogicznie $T_{40} = 110 \cdot 2 \cdot 427 \cdot 0 \cdot 1446 = 28 \cdot 59$ „

$T_{50} = 150 \cdot 1 \cdot 806 \cdot 0 \cdot 1446 = 39 \cdot 17$ „

$T_{60} = 160 \cdot 1 \cdot 344 \cdot 0 \cdot 1446 = 31 \cdot 90$ „

Razem 785 \cdot 04 Mp.

od tego $\frac{u \cdot 1 \cdot 0 p_k}{1 \cdot 0 p^k - 1} = 80 \cdot 7 \cdot 917 \cdot 0 \cdot 1446 = 91 \cdot 58 \text{ Mp.}$

$\frac{z}{0 \cdot 0 p} = \frac{5}{0 \cdot 03} = 500 : 3 = 166 \cdot 00 \text{ Mp.}$

Razem 257 \cdot 58 Mp.

Wartość G = 527 \cdot 46 Mp.

Wartości odjemne G. k. 527 \cdot 46 \cdot 70 = 36922 \cdot 20 Mp.

Zestawienie.

Wartości dodatnie = 153100 \cdot 00 Mp.

„ odjemne = 36922 \cdot 00 „

Wartość zapasu normalnego 116178 Mp.

Wartość zapasu norm. na 1 ha = 116178 : 70 = 1659 \cdot 69 Mp.

Obliczanie wartości lasu danego wieku.

Wartość spodziewana i według wyłożonych kosztów.

(Jakó równobrzmiące).

Przykład.

Obliczyć wartość 50 letniego lasu. Las jak poprzednio.

Wzór.

$$L_m = \left(\frac{D_k + T_n \cdot 10p^{k-n} + \frac{T_a}{10p^a} + \dots - u}{10p^k - 1} \right) 10p^m - \frac{z}{00p}.$$

Będzie zatem: $L_{50} =$

$$\left(\frac{4540 + 160 \cdot 103^{70-60} + \frac{63}{103^{30}} + \frac{100}{103^{40}} + \frac{150}{103^{50}} - 80}{103^{70} - 1} \right) \cdot 10p^{80}$$

$$\frac{5}{0.03} =$$

$$= (4540 + 215 + 26 + 34 + 34 - 80) \cdot 4.384.01446 - 167 =$$

$$= 4769.4384.01446 - 167 = 2856 \text{ Mp., wartość jednego ha 50}$$

letniego lasu sosnowego.

Obliczenie wartości lasu według rentowności.

Przykład.

Obliczyć wartość 70 letniego lasu sosnowego.

Dochody i wydatki jak w przykładzie poprzednim.

Wzór.

$$L_k = \frac{D_k + T_a + T_b + \dots - (u + k \cdot z)}{00p}$$

$$L_k = \frac{4540 + 63 + 110 + 150 + 160 - (80 + 5.70)}{0.03}$$

$$\frac{5023 - 430}{0.03} = 459300 : 3 = 153100 \text{ Mp.}$$

Obliczenie odszkodowania za lasy na cele publiczne w drodze wywłaszczenia odstąpić się mające.

Dopuszczalność wywłaszczenia jest zastrzeżoną § 365 austr. kodeksu cywilnego i Art. 5. austr. ustaw zasadniczych, Dziennik praw państw. r. 1867. Nr. 142.

Przy wywłaszczeniach mogą zachodzić różnorakie wypadki, a mianowicie:

Ocenienie lasu i statystyka leśna.

a) Las przechodzi w zupełności na własność wywłaszczającego, a więc grunt i znajdujący się na nim drzewostan.

b) Grunt pozostaje nadal własnością wywłaszczonego a tylko drzewostan bywa usunięty, w którymto wypadku musi nastąpić zmiana w sposobie użytkowania gruntu, lub też dalsze użytkowanie wcale dozwolone nie będzie.

Taki wypadek zachodzi przy wywłaszczeniach lasów pod tak zwane pasy ochronne wzdłuż linii kolejowych, dróg i t. p.

Ponieważ właściciel lasu, odstępując las w drodze ustawowego, przymusowego wywłaszczenia, czyni to pomimo swej woli i chęci, należy mu się zatem za lasy wywłaszczone pełne odszkodowanie, za sam przedmiot wywłaszczenia, ale również i za niedogodności bądźto w pośrednim bądź w bezpośrednim związku z wywłaszczeniem zostające.

Przy obliczaniu wartości gruntu, należy przyjmować w rachubę pierwszą klasę zamożności, takiego rodzaju drzewa, jakiego uprawa, odpowiednio do siedliska, wydaje się najodpowiedniejszą; jako kolej, brać kolej finansową, czyli najwyższej renty gruntowej, jako procent kalkulacyjny, przyjmować stopę 3% a nawet 2.5%-tą; również nie należy uwzględniać w rachunku kosztów zarządu i ochrony, ponieważ te koszty, pomimo zmniejszenia obszaru lasu, ten zmniejszony obszar swymi dochodami w dawnej wysokości pokrywać będzie musiał. Również i kosztów uprawy nie uwzględnia się, ponieważ te koszty, wywłaszczający wywłaszczonemu powinien zwrócić. Pozostają tylko podatki, które wywłaszczający w przyszłości od wywłaszczanego obszaru ponosić będzie.

Przykład 1.

Las bukowy, zagospodarowany w koleji 80 letniej I. klasy zamożności (według tablic Baura) daje:

$D_k = 491 \text{ m}^3$ po 10 Mp. = 4910; $T_{80} = 127 \text{ m}^3$ po 2 Mp. = 254 Mp.;
 $T_{40} = 108 \text{ m}^3$ po 3 Mp. = 324 Mp.; $T_{50} = 100 \text{ m}^3$ po 4 Mp. = 400 Mp.;
 $T_{60} = 85 \text{ m}^3$ po 6 Mp. = 510 Mp.; $u = 30 \text{ Mp.}$;
 $z = 10 \text{ Mp.}$

Będzie zatem wartość gruntu, obliczona na podstawie czyścogo dochodu:

$D_k =$		4910.00 Mp.
$T_{80} = 254.4 \cdot 839 =$		1113.00 "
$T_{40} = 324.3 \cdot 262 =$		1057.00 "
$T_{50} = 400.2 \cdot 4273 =$		971.00 "
$T_{80} = 510.1 \cdot 8061 =$		921.00 "

Razem 8972.00 Mp.

od tego $u \cdot l'0p^k = 30.10 \cdot 6409 =$

319.00 "

Pozostaje 8653.00 Mp.

$\frac{8653}{l'03^{80} - 1} = 8653.0 \cdot 1037 =$

897.00 "

od tego $\frac{z}{0 \cdot 0p} = \frac{10}{0 \cdot 03} = 1000 : 3 =$

334.00 "

Wartość gruntu 1 ha $G = 563.00$ Mp.

Dla celów wywłaszczenia odpadnie $u \cdot l'0p^k$ i $\frac{z}{0 \cdot 0p}$, będzie zatem wartość 1 ha gruntu $= G = 8972.0 \cdot 1031 = \underline{930 \text{ Mp.}}$

Dla skrócenia nie uwzględniono w tym przykładzie dochodów ubocznych, jak zbieranie trawy, malin, poziomek, grzybów, pasania bydła i t. p., któreto dochody podniosłyby znacznie wartość gruntu według rentowności.

Nadto, przy obliczaniu odszkodowania, należy również szkody uboczne, z wywłaszczenia wynikające, jak n. p. zmiana planu gospodarczego, ewentualne przeniesienie budynków gospodarczych, przerwanie całości gruntów, utrudniony wywóz przez rampy kolejowe, przełożenie dróg leśnych i t. p.

Drzewo z lasów wywłaszczyć się mających pozostaje albo własnością wywłaszczonego, albo też wywłaszczającego.

W pierwszym wypadku należy się wywłaszczonemu odszkodowanie, jeżeli wyciąć się mające drzewostany, niedoszły jeszcze, przyjętego planem gospodarczym wieku rębności. Odszkodowanie, względnie wartość takich drzewostanów, oblicza się jako wartość spodziewaną, albo według wyłożonych kosztów. Różnicę między obliczoną wartością spodziewaną drzewostanu, a jego realną wartością, otrzymuje wywłaszczony jako odszkodowanie.

Wartość kultur ocenia się według wyłożonych kosztów.

Również należy, gdzie zachodzą okoliczności, odszkodować wywłaszczonego za wyjałowienie gruntu, a tem samem za obniżenie jego wydajności.

Przykład 2.

Dla rozszerzenia widoku z szańców, ma się wyciąć 6 ha lasu. Grunt pozostaje własnością wywłaszczonego, z zastrzeżeniem, iż lasu uprawiać i hodować na nim nie wolno.

Las zagospodarowany niskopiennie w kolejii 40 letniej.

Część a)	Grabina i buczyna 40 letnia; zadrzewienie 0'7	= 1 ha
„ b)	Grabina karłowata 10 letnia, zanieczyszczona chwastami leśnymi; zadrzewienie 0'7	= 2 „
„ b)	Grabina i buczyna, 10 letnia, rokująca przyszłość; zadrzewienie 0'7; Pojedynczo 80—90 letnie dęby; zadrzewienie 0'1	= 3 „
	Razem	6 ha

Oszacowanie wartości gruntu według rentowności.

Na parcelach tych, o glebie, żyznej, głębokiej, zamożnej w pruchnicę, wskazaną jest uprawa dębiny wysokopiennej w kolejii 80 letniej. 1 ha takiego lasu wyda według tablic zamożności dla dochodów głównych, Feistmantla 1 kl. wydajności; dla trzebieży Burkhardta :

$D_k = 400 \text{ m}^3$ po 20 Mp.	=	8000 Mp.
(Chrust i gałęzie policza się za kosza sprzętu.)		
$T_{25} = 7 \text{ m}^3$ grubizny po 8 Mp.	=	66 Mp.
200 m^3 chrustu „ 2 „	=	400 „
	Razem	456 „
$T_{35} = 14 \text{ m}^3$ grubizny po 8 Mp.	=	112 Mp.
130 m. chrustu „ 2 „	=	260 „
	Razem	372 „

$$\begin{array}{rcl}
 T_{45} = 21 \text{ m}^3 \text{ grubizny po } 8 \text{ Mp.} & = & 168 \text{ Mp.} \\
 100 \text{ m. chrustu } „ 2 „ & = & 200 „ \\
 \hline
 \text{Razem} & & 368 \text{ Mp.}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
 T_{55} = 24.5 \text{ m}^3 \text{ grubizny po } 10 \text{ Mp.} & = & 245 \text{ Mp.} \\
 80 \text{ m. chrustu } „ 2 „ & = & 160 „ \\
 \hline
 \text{Razem} & & 405 „
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
 T_{65} = 24.5 \text{ m}^3 \text{ grubizny po } 10 \text{ Mp.} & = & 245 \text{ Mp.} \\
 60 \text{ m. chrustu } „ 2 „ & = & 120 „ \\
 \hline
 \text{Razem} & & 365 „
 \end{array}$$

Pastwisko od 31 do 80 roku z 1 ha rocznie = 5 Mp.

Poziomki i trawa od 1 do 5 roku z 1 ha rocznie = 2 Mp.

Roczne koszty zarządu, ochrony i podatków z 1 ha = 2 Mp.

Koszta uprawy z 1 ha = 60 Mp.

Przyjmując w rachubę 3% przedstawi się wartość gruntu według rentowności jak następuje:

$$\frac{D_k}{1.0p^k - 1} = \frac{8000.0}{1.037 - 1} = 820.60 \text{ Mp.}$$

$$\frac{T_{25} \cdot 1.0p^{80.25}}{1.0p^{80} - 1} = \frac{456.5 \cdot 0.321}{1.037 - 1} = 240.32 „$$

$$\frac{T_{25} \cdot 1.0p^{80.35}}{1.0p^{80} - 1} = \frac{372.3 \cdot 0.7816}{1.037 - 1} = 145.88 „$$

$$\frac{T_{45} \cdot 1.4p^{80.45}}{1.0p^{80} - 1} = \frac{368.2 \cdot 8139.0}{1.037 - 1} = 107.38 „$$

$$\frac{T_{55} \cdot 1.0p^{80.56}}{1.0p^{80} - 1} = \frac{405.2 \cdot 0.93}{1.037 - 1} = 87.93 „$$

$$\frac{T_{65} \cdot 1.0p^{80.65}}{1.0p^{80} - 1} = \frac{365.1 \cdot 558.0}{1.037 - 1} = 58.97 „$$

$$\text{Pastwisko} = \frac{5.1 \cdot 0.350 - 1}{0.03 \cdot (1.037 - 1)} = \frac{5.3 \cdot 3839}{0.03} \cdot 0.037 = 58.33 „$$

Poziomki, trawa =

$$= \frac{2 \cdot (1.035 - 1) \cdot 1.03^{80.5}}{0.03 \cdot (1.037 - 1)} = \frac{2.0 \cdot 1593.9 \cdot 1789}{0.03} \cdot 0.037 = 10.16 „$$

Razem 1538.57 Mp.

od tego

Razem 1538'57 Mp.

$$\frac{u \cdot 10p^k}{1.0p^k - 1} = 60.10'6409.0'1037 = 66'20 \text{ Mp.}$$

$$\frac{z}{0'0p} = 400 : 3 = \underline{133'33 \text{ „}}$$

Razem 199'50 Mp.

Wartość gruntu w zagospodarowaniu leśnem = 1339'07 Mp.

Wartość gruntu w zagospodarowaniu rolnem.

Ponieważ wywłaszczony pozostaje nadal właścicielem gruntu, który w moc postanowienia nie może być w przyszłości zalesiony, a któryto grunt wskutek falistości i wielkich wyniosłości, nie nadaje się bezwarunkowo pod uprawę rolną, musi być użyty w przyszłości jako pastwisko.

Wartość, w ten sposób użytkowanego gruntu, przedstawia się jak następuje. Jeden ha takiego gruntu, użytego jako pastwisko, przyniesie dochodu rocznego 15 Mp., jako trwałej renty rocznej. Jej wartość kapitałowa wyniesie, przy użyciu w rachunku $3\% = 15 : 0'03 =$ 500 Mp.

Obliczywszy od tego wartość kapitałową kosztów zarządu i podatków =

133'33 „

będzie wartość gruntu w zagospodarowaniu rolnem = 366'47 Mp.

Straty uboczne.

1) Sprostowanie planu gospodarczego = 50 Mp.

2) Odszkodowanie za rozdrobienie gospodarstwa
rocznie 6 Mp. skapitalizowane według stopy $3\% =$ 200 „

Razem 250 Mp.

Ocenienie wartości drzewostanów.

Część a. Drzewostan dosięgnął rębności. Według oszacowania wyda ten drzewostan 152 m³ drzewa po 6 Mp. = 912 Mp.

Część b. Ponieważ drzewostan na tej parceli nie osiągnął jeszcze wieku rębności, ocenienie jego musi zatem nastąpić według wartości spodziewanej.

Przyjmując wszystkie dane przy poprzednim obliczeniu wartości, $D_k = 912$ Mp.; $u = 60$ Mp.; $p = 3\%$, będzie:

$$W_d = \frac{912 - \left(G + \frac{z}{0.03} \right) \cdot (10^{40.10} - 1)}{1.03^{40.10}};$$

$$G = \frac{D_k - u \cdot 10p^k}{1.0p^k - 1} - \frac{z}{0.0p}.$$

$$G = (912 - 195.72) \cdot 0.442 - \frac{4}{0.03} = 716.0442 - 134 = 182 \text{ Mp.}$$

$$W_d = [912 - (182 + 134) 1.427] 0.411 = 850.0411 = 349 \text{ Mp}$$

Część c. Dębina przedstawia przy zupełnem zwarcu dochodu głównego 400 m³ masy drzewnej na 1 ha. Licząc 1 m³ po 20 Mp. będzie wartość 8000 Mp. zredukowane do zadrzewienia 0.1 odpowie wartości 800 Mp.

Młodnik grabowy i bukowy, analogicznie do części b. przedstawia wartość na 1 ha 349 Mp.

Łączna wartość drzewostanów będzie:

Część a. 1 ha	912 Mp.
„ b. 2 „ 1 ha po 340 =	696 „
„ c. 3 „ dębina 1 ha po 800 Mp. =	2400 „
„ d. „ „ podrost 1 ha po 349 Mp. =	1047 „
	<u>Razem 5057 Mp.</u>

Odszkodowanie zatem przypadające wywłaszczoneму do uiszczenia przez wywłaszczającego, wyniesie:

1. Ponieważ wywłaszczony pozostaje nadal właścicielem gruntu, miałby wywłaszczający uiszczyć tylko tę kwotę, która się okaże jako umniejszenie skapitalizowanej renty gruntowej, względnie wartości gruntu według rentowności, wskutek przemiany uprawy.

Zatem $1339\ 07 - 366\ 47 = 972\ 60$ z 1 ha zaś 6 ha =	5835·50 Mp.
2. Straty uboczne =	250·00 „
3. Odszkodowanie za przedwczesne wycięcie drzewostanów =	5.057·00 Mp.
	<u>Łącznie 11.142·50 Mp.</u>

Pozyskane drewno pozostaje własnością wywłaszczającego. W wypadku, gdy z wycięcia drzewostanów pozyskane drewno, przechodzi na własność wywłaszczonego, należy rzeczywistą wartość tegoż stracić z kwoty obliczonego odszkodowania.

Obliczanie odszkodowania za wykupno służebności.

Służebności leśne są to prawa osób trzecich do pewnych korzyści, przysługujących im w obcych lasach.

Prawa użytkowe albo służebności mogą stanowić albo uprawnienie do zbierania trawy, zbiórki, ściółki, pasania bydła w lesie, lub też uprawnienie do pobierania pewnej ilości drzewa opałowego czy budowlanego.

Dziś zniesienie służebności w Małopolsce niema takiego znaczenia jak przed rokiem 1889., gdyż przeważna część praw użytkowych została przez osobne, do tego celu przez rząd austriacki ustanowione komisje, uregulowaną, i komisje te w r. 1889 zniesiono.

Inaczej rzecz się ma w innych dzielnicach Rzeczypospolitej polskiej — tu jeszcze znaczne obszary lasów czekają na uregulowanie służebności. rząd bowiem rosyjski, nie starał się wcale o zniesienie tych praw w drodze ustawodawczej, prawdopodobnie z tej przyczyny, ażeby nieporozumienia i spory między dworem a włościanstwem ciągle się jątrzyły.

Nieda się zaprzeczyć, że służebności ograniczają racjonalną gospodarkę w lesie, zmuszają właściciela do hodowania pewnego rodzaju drzewa, ograniczają jego prawo do zniany kolei leśnej, nierzadko niszczą zagajniki przez wpęd bydła, wyjaławiając glebę przez nadmierne grabanie ściółki i t. p.

Pożytki, wypływające ze służebności, występują, ze względu na uprawnionego, jako renty roczne, rzadziej jako renty okresowe.

Jako renty okresowe możemy uważać uprawnienie do poboru drewna na odbudowanie starych budynków, lub też prawo pasania bydła na odosobnionych parcelach, z powodu ich zagajenia, po wycięciu drzewostanów.

Oczywiście że przy obliczaniu odszkodowania, biorąc za podstawę rentę, musimy ją brać jako rentę czystą.

Wykupno służebności może nastąpić albo, w drodze dobrowolnej ugody albo w drodze przymusowej przez wywłaszczenie.

Odszkodowanie za zniesione prawo służebności może nastąpić w pieniądzu, jako kapitał albo jako renta, lub też przez odstąpienie stosownej wartości lasu.

Ważnym czynnikiem przy obliczaniu wartości kapitałowej prawa użytkowego, jest przyjęta w rachunku stopa procentowa. Im wyższą przyjmujemy stopę procentową, tem mniejszą obliczymy wartość kapitałową odszkodowania i odwrotnie.

Niektóre państwa, ażeby niedopuszczyć do dowolnego przyjmowania wysokości procentu w obliczaniach wartości kapitałowej odszkodowania, postanowiły w drodze ustawy, ażeby wartość kapitałową obliczać przez pomnożenie czystego dochodu, względnie czystej renty, przez 18 lub 20. Ten sposób odpowiadałby w zupełności kapitalizacji renty według stopy — 5.55 lub 5%₀-towej.

Przy wykupnie praw użytkowych należy przedewszystkiem zbadać podstawę uprawnienia, następnie rodzaj i rozmiary tych praw; wykazać szkodliwość ich dla lasu służebnego i konieczność ich wykupna, i dopiero na podstawie wyniku tych badań, obliczyć wartość pieniężną tych praw.

Przykład 1.

Pewne probostwo uprawnione jest do poboru z lasu 10 sągów drzewa opałowego, czyli 30 m³. Wyrąbanie i zwiezenie należy do uprawnionego.

Licząc 1 m³ drewna opałowego po 4 Mp., wyniesie uiścić się mające odszkodowanie, jak następuje:

Wartość co roku pobieranego drewna = $30 \cdot 4 = 120$ Mp.
skapitalizowane według 20 krotnego dochodu, względnie według

stopy 5⁰/₀ towej, przedstawia wysokość odszkodowania w kwocie 2400 Mp.

Przykład 2.

Ktoś jest uprawniony do pasania w cudzym lesie przez 6 miesięcy 5 sztuk dorosłego bydła. Zachodzi pytanie, jakie odszkodowanie myślałby właściciel lasu uiścić uprawnionemu za zniesienie tego prawa.

Za jedną sztukę dorosłego bydła otrzymuje właściciel lasu po 10 Mp. miesięcznie za sezon paszenia w lesie. Renta zatem roczna uprawnionego wynosiłaby ze 5 sztuk bydła przez 6 miesięcy po 10 Mp. = 300 Mp.

Ze względu na uprawnionego, renta ta jest obciążoną kosztami dozoru podczas paszenia, które można przyjąć po 20 Mp. miesięcznie, a ponieważ sezon trwa 6 miesięcy, wyniesie koszt paszenia 72 Mp. Czysta zatem renta roczna wyniesie $300 - 72 = 228$ Mp., które skapitalizowane według 20 krotnego dochodu wyniosą 4500 Mp. jako odszkodowanie jednorazowe dla uprawnionego.

Przykład 3.

Ten aam przykład. Obliczenie na podstawie suchej paszy. Nierządko zdarza się iż pastwiska w lasach wcale wynajmowane nie bywają, skutkiem czego ceny dzierzawne pastwiska są nieznane. W takich wypadkach musimy odszkodowanie obliczyć na podstawie porównania z ewentualnie spotrzebowaną suchą paszą.

(Wartości podane według Pabsta.)

Jedna średnia sztuka bydła, o przeciętnej żywej wadze 250 kg. spotrzebuje dziennie na wyżywienie średniej jakości siana 9.5 kg. n. p. po 4 Mp, za 1 q. Koszt paszenia przyjmuje się 30%, zaś stratę na wartości nawozu 20% ceny siana.

Wyniesie zatem odszkowanie uprawnionego, przyjmując okres paszenia przez 180 dni — od jednej sztuki bydła jak następuje ;

Za 180 dni paszenia po 9.5 kg siana = 17 q

po 4 Mp. = 68.4 Mp.

od tego 30% za dozór przy paszeniu = 20·25 Mp.

20% za stratę na nawozie = 13·68 „

Razem 34 20 „

Pozostaje 34·20 Mp.

które skapitalizowane według 20 krotnego czystego dochodu,
= $34·20 \cdot 20 = 684$ Mp. jako odszkodowanie dla wyłączonego.

Przykład 4.

W przykładzie drugim wychodziliśmy z założenia, iż las pozostawał w zagospodarowaniu trwałem, w tym przykładzie zaś wychodzimy z założenia iż las pozostaje w zagospodarowaniu przerywanem w kolei 80 letniej. Paszenie więc bydła może się odbywać w okresach od 30 do 80 roku.

Ze względu na uprawnionego przedstawia prawo paszenia bydła rentę roczną, skończoną, trającą przez lat 50, a następnie w okresach 30 letnich w nieskończoność się powtarzającą. Jeżeli tą rentę roczną uważać będziemy jako rentę wpływającą z dołu, t. j. na końcu każdego roku to wartość jej początkowa, względnie kapitałowa będzie:

$$\frac{r \cdot (1 \cdot 0p^n - 1)}{1 \cdot 0p^n \cdot 0 \cdot 0p},$$

a ponieważ wartość ta stanowi rentę okresową, wieczystą, która na końcu każdego 30 letniego okresu wpływa, odszkodowaniem zatem za zniesienie prawa paszenia bydła wyniesie:

$$\frac{r \cdot (1 \cdot 0p^n - 1)}{1 \cdot 0p^n \cdot 0 \cdot 0p} : (1 \cdot 0p^m - 1)$$

Jeżeli w powyższym wzorze podstawimy wartości, za $r = 26$ Mp.; $n = 50$ Mp.; $m = 30$ Mp.; $p = 3\%$ otrzymamy:

$$\frac{26 \cdot (1 \cdot 05^{50} - 1)}{1 \cdot 05^{50} \cdot 0 \cdot 05} : (1 \cdot 05^{30} - 1) = \frac{26 \cdot 10 \cdot 467}{11 \cdot 47 \cdot 0 \cdot 05} : 3 \cdot 32 = 143 \text{ Mp.}$$

jako odszkodowanie.

Obliczanie odszkodowania przy wywłaszczaniach według Hönlingera.

Nieda się zaprzeczyć iż Hönlingera teoria ocenienia lasu, nie pozostaje bez wpływu na sposób jak i wysokość odszkodowania przy wywłaszczaniach lasów, a więc gruntu łącznie z drzewostanem.

Do tej pory obliczano wartość gruntu, drzewostanów i lasu na podstawie wzorów, jakie podawała nam nauka ocenienia lasu, a więc wartość gruntu według rentowności na podstawie wzoru:

$$G = \frac{D_k + T_a \cdot 10p^{k-a} + T_b \cdot 10p^{k-b} + \dots - u \cdot 10p^k}{10p^k - 1}$$

Ponieważ kapitał zarządu, względnie koszt zarządu, przez wywłaszczenie jakiejś części lasu, dla wywłaszczonego nie zmniejszą się, zatem nie wprowadzono go w rachubę.

Wartość m letnich drzewostanów, oczywiście nierębnych, szacowane według wartości realnej, według wartości spodziewanej, lub według wyłożonych kosztów na podstawie wzoru:

$$Wd = \frac{D_k + T_n \cdot 10p^{k-n} + \dots - G (10p^{k-m} - 1)}{10p^{k-m}}$$

Wartość lasu obliczano na podstawie renty lasowej według wzoru:

$$Lw = \frac{D_k + T_a + T_b + \dots - (u + k \cdot z)}{0.0p}$$

Z powyższego widzimy iż według dawnej szkoły, chodziło przy wywłaszczaniach jedynie o wypośrodkowaniu wartości pieniężnej wywłaszczonego przedmiotu, a nie o stratę jaką poniósł wywłaszczony skutek wywłaszczenia.

Hönlinger w nowej teorii wyszedł z innego założenia.

Twierdzi on bowiem iż przy wywłaszczaniach nie należy szacować przedmiotów, wywłaszczyć się mających, według war-

tości kapitałowej, obliczonej na podstawie rentowności, jeno na podstawie straty, jaką wywłaszczony poniósł wskutek wywłaszczenia i wprowadza następujący sposób obliczania.

1. Obliczenie odszkodowania za wywłaszczony grunt i przedwczesne wycięcie rosnących na nim drzewostanów.

Przyjmując, iż z drzewostanu m letniego spodziewany dochód z trzebieży wyniesie w roku a , $= T_a$, gdzie $a < m$, zaś w roku b , T_b , gdzie $b > m$, obliczy się odszkodowanie następująco:

W roku k , wynosiłby czysty dochód z lasu.

$D_k + T_a + T_b + \dots - k(z + s) - u$ (s oznacza rocznie opłacane podatki.)

Wskutek wywłaszczenia danej przestrzeni lasu, zmniejszy się powyższy dochód o

$$T_a + T_b + \dots - k(z + s) - u.$$

Strata wyniesie zatem:

$D_k + T_a + T_b - k(z + s) - u - [T_a + T_b - k(z + s) - u] = D_k$, która powtarzać się będzie w nieskończoność co każdego k letniego okresu, zatem wartość początkowa będzie:

$$\frac{D_k \cdot 1.0p^b}{1.0p^k - 1}$$

Ponieważ strata ta, licząc od chwili wywłaszczenia, powstanie dopiero po latach $(k-m)$, zatem wartość jej początkowa będzie się równać:

$$\frac{D_k \cdot 1.0p^m}{1.0p^k - 1}$$

Gdy dochód z trzebieży T_a ($a < m$) już pobrany został powstaje pierwsza zmiana dochodu przez wywłaszczenie dopiero w roku $(k - m + a)$, a następnie w okresach k letnich. Będzie zatem różnica w dochodzie:

$$\text{Dochód normalny} = D_k + T_b - k(z + s) - u$$

$$\text{„ zmniejszony} = D_k + T_a + T_b - k(z + s) - u.$$

Strata wyniesie co każdego k letniego okresu $= T_a$, a w roku $(k-m+a)$:

$$\frac{T_a \cdot 10p^k}{10p^k - 1} = \frac{T_a \cdot 10p^k}{(10p^k - 1) \cdot 10p^{k-m+a}} =$$

$$= \frac{T_a \cdot 10p^{m-a}}{10p^k - 1}$$

Wskutek wywłaszczenia danej przestrzeni, zmieni się czy-
sty dochód w roku $(b-m)$ z dochodu normalnego

$$D_k + T_a + T_b - k(z+s) - u, \text{ na dochód}$$

$$T_k + T_a - k(z+s) - u, \text{ różnica} = T_b.$$

Wartość początkowa tej straty będzie =

$$\frac{T_b \cdot 10p^k}{10p^k - 1}, \text{ a jej wartość terażniejsza wyniesie;}$$

$$\frac{T_b \cdot 10p^k}{(10p^k - 1) \cdot 10p^{b-m}} = \frac{T_b \cdot 10p^{k+m-b}}{10p^k - 1}$$

Tym stratom należy przeciwstawić niektóre zaoszczędze-
nia, odpadną bowiem kosztu uprawy. Przy końcu kolei t. j.
po roku $k-m$, a następnie co k lat się powtarzające, a które
w roku $k-m$, przedstawia wartość $\frac{u \cdot 10p^k}{10p^k - 1}$, zatem wartość
początkowa tych kosztów będzie:

$$\frac{u \cdot 10p^k}{(10p^k - 1) \cdot 10p^{k-m}}$$

Równocześnie odpadną z wywłaszczonego obszaru podatki
uiszczone, których wartość kapitałowa wyniesie $\frac{s}{10p}$.

Łączna zatem strata będzie:

$$\frac{D_k \cdot 10p_m + T_a \cdot 10p^{m-a} + T_b \cdot 10p^{k+m-b} - u \cdot 10p^m}{10p^k - 1}$$

Dla zbadania, o ile obliczenie na podstawie dawnych
wzorów różni się cyfrowo od obliczenia na podstawie wzoru
Hönlingera, weźmy do tego przykład z Riebla „Waldwertrechnung
und Schätzung der Liegenschaften“. Str. 290.

Przykład.

Świerk 40 letni, zagospodarowany w kolei 70 letniej, daje dochodu w wieku rębności:

$$D_k = 3424 \text{ Mp}; T_{20} = 16 \text{ Mp}; T_{30} = 57 \text{ Mp}; T_{40} = 86 \text{ Mp}; \\ T_{50} = 140 \text{ Mp}; T_{60} = 122 \text{ Mp}; u = 70 \text{ Mp}; z = 5 \text{ Mp}; s = 3 \text{ Mp}; \\ p = 3\%.$$

Według dawnego wzoru będzie wartość gruntu według rentowności.

$D_k =$		3424 Mp.
$T_{20} = 16,4 \cdot 38 =$		70 "
$T_{30} = 57,3 \cdot 26 =$		186 "
$T_{40} = 86,2 \cdot 43 =$		209 "
$T_{50} = 140,1 \cdot 81 =$		253 "
$T_{60} = 122,1 \cdot 34 =$		164 "
	Razem	<u>4.306 Mp.</u>
od tego $u = 70,10 \cdot 057 =$		<u>704 "</u>
	Pozostaje	<u>3602 Mp.</u>
$G = 3602,0 \cdot 1446 =$		520 Mp.
od tego $S = \frac{3}{0,03} =$		100 "
		<u><u>420 Mp.</u></u>

Wartość 40 letniego drzewostanu, obliczona według wartości spodziewanej, wyniesie:

$$Wd = \frac{3424 + 209 + 253 + 164 - (420 + 8) \cdot 1,43}{2,43} = 1415 \text{ Mp.}$$

$$\text{Razem wyniesie odszkodowanie za grunt i drzewostan} \\ 420 + 1415 = 1835 \text{ Mp.}$$

Według sposobu Hönlingera wyniesie odszkodowanie:

$$L_{40} = \frac{3424 + 103^{10} + 16,1 \cdot 03^{20} + 57,1 \cdot 03^{30} + 86,1 \cdot 03^{40} + \\ + 140,1 \cdot 03^{50} + 122,1 \cdot 03^{60}}{1 \cdot 03^{70} - 1} - \frac{3}{0,03} = \\ L_{40} = \frac{11162 + 29 + 76 + 681 + 825 + 514}{6,92} - 1000 = 1822 \text{ Mp.}$$

Według dawnego wzoru = 1835 Mp.

„ Hönlingera = 1822 „

Różnica 13 Mp,

bardzo nieznaczna.

Wzór Hönlingera jakkolwiek bardzo subtelnie zbudowany, jednakowoż jest trochę za skomplikowany — i lepiej pozostać przy dawnych wzorach, tembardziej iż oba prowadzą do prawie równych wyników.

=====

CZĘŚĆ III.

STATYKA LEŚNA.

Wydawnictwo Literackie
Lwów

1937

Wydawnictwo Literackie

Wydawnictwo Literackie
Lwów
Wydawnictwo Literackie
Lwów
Wydawnictwo Literackie
Lwów
Wydawnictwo Literackie
Lwów

CZĘŚĆ III

STATYKA LEŚNA

Nauka statyki leśnej zajmuje się obliczaniem rentowności lasu, spowodowanej działaniami gospodarczymi. Nadto zadaniem jej jest, wypośrodkowanie najrentowniejszego sposobu gospodarowania, najodpowiedniejszej kolei i najodpowiedniejszego rodzaju drzewa, celem wydobycia jak najwyższej renty gruntowej.

Wogóle nauka ta ma za zadanie, sprowadzić na podstawie obliczeń, równowagę między kapitałami, w gospodarstwie leśnym czynnymi a dochodami z tych kapitałów płynącymi.

Bieżące roczne oprocentowanie kapitałów czynnych w gospodarstwie leśnym.

Kapitał $= K_m$, złożony na procencie składanym, urośnie do końca okresu $= n$, do wysokości K_{m+n} , narosły więc procent obliczymy jako różnicę między wartością kapitału K_{m+n} a jego wartością początkową K_m , będzie więc narosły procent składany $= K_{m+n} - K_m$; a ponieważ K_{m+n} jest wartością końcową kapitału K_m , zatem $K_{m+n} = K_m \cdot 1.0p^n$, będzie w okresie n narosły procent składany $=$

$$1.0p^n = \frac{K_{m+n}}{K_m} \text{ z czego } p = 100 \sqrt[n]{\frac{K_{m+n}}{K_m}} - 1.$$

Jeżeli n będzie $= 1$, w takim razie będzie p procentem zwyczajnym, który obliczyć możemy na podstawie proporcji

$$(K_{m+1} - K_m) : K_m = p : 100, \text{ z czego}$$

$$p = \frac{(K_{m+1} - K_m) \cdot 100}{K_m}.$$

Ponieważ to roczne, bieżące oprocentowanie dla różnych okresów jest także różne, oznacza się je przez w , w odróżnieniu do procentu leśno-gospodarczego p .

Jeżeli chcemy dochodzić procentu na danym drzewostanie, który oznaczmy przez D_m , musimy uwzględnić, iż wartość lasu składa się z wartości gruntu G i wartości drzewostanu D_m . Wartość zatem kapitałowa lasu będzie w roku $m = L_m = G + D_m$, a w roku $m + 1$, będzie $L_{m+1} = G + D_{m+1}$, roczne odsetki wynosić będą $L_{m+1} - L_m = (G + D_{m+1}) - (G + D_m) = D_{m+1} - D_m$, a ponieważ za D_{m+1} możemy postawić $D_m \cdot 1.0c$, będzie więc $D_m \cdot 1.0c - D_m = D_m \cdot (1.0c - 1) = D_m \cdot 0.0c$, zatem $L_{m+1} - L_m = D_m \cdot 0.0c$.

c nazywamy procentem przyrostu.

Ponieważ $D_m \cdot 0.0c$ daje nam procent surowy, obciążony rocznymi kosztami zarządu, ochrony i podatków, chcąc zatem otrzymać roczne, czyste oprocentowanie, musimy te koszty obliczonego procentu surowego odjąć, otrzymamy więc:

$D_m \cdot 0.0c - z$, zatem powinno być:

$$w = \frac{(D_m \cdot 0.0c - z) 100}{G + D_m} = \frac{D_m \cdot c - 100 z}{G + D_m}.$$

Procent w , który nazywamy procentem wskazującym albo prawidłowym, jest tu obliczony jako jednoroczne, czyste oprocentowanie kapitałów w gospodarstwie leśnym czynnych.

W okresie finansowej dojrzałości drzewostanów, powinien procent leśno-gospodarczy zrównać się z procentem wskazującym $p = w$.

W tym wypadku powinno być również

$$0.0p = \frac{D_k \cdot 0.0c - z}{G + D_k} \quad z \text{ czego}$$

$$G = D_k \left(\frac{0.0c}{0.0p} - 1 \right) - \frac{z}{0.0p}.$$

Możemy więc na podstawie powyższego wzoru obliczyć wartość gruntu według rentowności.

Przykład.

Drzewostan sosnowy 60-letni daje dochodu głównego 3320 Mp. Tensam drzewostan w wieku lat 70 daje 4540 Mp.; $z = 10$ Mp.; $p = 3\%$.

Jaka jest wartość gruntu według rentowności.

$c = 4500 : 3320 = 1.3674$, co odpowiadałoby według Tabl. I. 3.2%.

Będzie zatem:

$$G = 4540 \left(\frac{3.2}{3} - 1 \right) - \frac{10}{0.03} = - 33.69 \text{ Mp.}$$

To znaczy, że obliczona na podstawie procentu wskazującego wartość gruntu według rentowności, schodzi poniżej zera, co wskazuje iż, przyjmując w rachunku stopę procentową leśno-gospodarczą $p = 3\%$, kolej lat 70 okazuje się za wysoką.

Przyjmując w tym samym przykładzie stopę procentową, leśno - gospodarczą $p = 2\%$ będzie:

$$G = 4540 \left(\frac{3.2}{2} - 1 \right) - \frac{10}{0.02} = 2224 \text{ Mp., co znaczy}$$

iż procent leśny, przyjęty w rachunku, jest za niski i kapitały, w gospodarstwie leśnym czynne oprocentowują się wyżej.

Procent wskazujący nie jest dla każdego roku, względnie okresu, ilością stałą, będąc bowiem wykładnikiem stosunku kapitałów w gospodarstwie leśnym czynnych do czystego dochodu, musi być ilością zmienną, gdyż dochód czysty zależy wyłącznie od przyrostu procentu, który znów jest wykładnikiem stosunku między masą danego drzewostanu a corocznym lub okresowym przyrostem.

Procent wskazujący daje nam przeświadczenie o dojrzałości finansowej rębności drzewostanów. Jak długo góruje on jeszcze nad procentem leśno-gospodarczym, drzewostan nie osiągnął jeszcze rębności finansowej. Okres, w którym procent wskazujący zrówna się z procentem leśno-gospodarczym, ten okres możemy uważać jako okres finansowej dojrzałości drzewostanu. Gdy spadnie niżej procentu leśno-gospodarczego, następuje obniżenie oprocentowania kapitałów w gospodarstwie leśnym czynnych.

Przykład.

Wartość sprzedażna 60 letniego drzewostanu sosnowego wynosi 3320 Mp., wartość sprzedażna tego samego drzewostanu w wieku lat 70, wynosi 4540 Mp. Jak wysoki będzie procent wskazujący, skoro przyjmujemy wartość sprzedażną 1 ha gruntu w wysokości 500 Mp., zaś roczne koszty zarządu na 1 ha = 10 Mp.

Będzie :

$$1'0c^{10} = \frac{4540}{3320} = 1'3674.$$

Wprost z tablicy I. odczytamy, iż liczbie 1'3674 w roku 10 tym odpowiada $c = 3'2\%$.

Będzie więc na początku okresu, t. j. dla 60 letniego drzewostanu, $w = \frac{3320 \cdot 3'2 - 10 \cdot 100}{3320 + 500} = \frac{9624}{3820} = 2'52\%$,

zaś na końcu okresu, t. j. dla 70 letniego drzewostanu, będzie :

$$w = \frac{4540 \cdot 3'2 - 10 \cdot 100}{4540 + 500} = \frac{13528}{5040} = 2'68\%.$$

Obliczenie bieżącego oprocentowania według Presslera procentu wskazującego.

Pressler, w swoim obliczaniu procentu wskazującego, nieuwzględnia absolutnej wartości drzewostanu, tylko procent, wedle którego wartość jego się zwiększa.

Wprowadza on do rachunku trzy rozmaite procenty, i tak :

1) Procent przyrostu na masie, czyli procentowe zwiększanie się masy drzewostanu = a .

2) Procent przyrostu na jakości. Powstaje on przez względną podwyżkę cen jednostkowych drewna użytkowego o większych wymiarach. Jeżeli różne ceny jednostkowe drewna użytkowego wyrazimy przez Q i q , zaś okres, w którym zwiększenie nastąpiło, przez n , otrzymamy procent przyrostu na jakości według Presslera :

$$\frac{Q + q}{2} : \frac{Q - q}{n} = 100 : b, \text{ z czego}$$

$$b = \frac{200}{n} \left(\frac{Q - q}{Q + q} \right).$$

3) Procent przyrostu na cenie. Zależy od bezwzględnego podnoszenia się cen drzewa wskutek koniunktur handlowych.

Procent ten oznaczył Pressler literą c .

Ogólna suma przyrostu będzie zatem $(a + b + c)$.

Jeżeli oznaczymy wartość drzewostanu przez D , a przyrośnię on o $(a + b + c) \%$, to coroczne jego zwiększenie będzie się równać:

$$D \cdot \left(\frac{a + b + c}{100} \right).$$

Ponieważ to zwiększenie się wartości drzewostanu nie jest wyłącznie wynikiem wartości kapitałowej drzewostanu, lecz musiano równocześnie pokryć i odsetki wartości kapitałowej gruntu i kapitału zarządu razem $D + G + Z$.

Otzymamy więc sumaryczny procent przyrostu z proporcji:

$$(D + G + Z) : D \cdot \left(\frac{a + b + c}{100} \right) = 100 : \text{z czego}$$

$$w = \frac{D}{D + G + Z} \cdot (a + b + c).$$

Przykład.

Znaleziono z obliczenia; przyrost na masie $a = 2\%$; na jakości $b = 3.1\%$; na cenie $c = 1\%$, razem $a + b + c = 6.1\%$.

Drzewostan świerkowy, 60 letni, posiada masy 300 m po 7.8 Mp. za 1 m³, zatem $D_0 = 2340$ Mp. Wartość kapitałowa gruntu $G = 500$ Mp.; roczne koszt zarządu na 1 ha $z = 6$ Mp, zatem Z przy 3% będzie 200 Mp.

Będzie więc procent wskazujący.

$$w = \frac{2340}{2340 + 500 + 200} \cdot 6.1 = 4.7\%.$$

Procent wskazujący według Krafta.

Pressler wychodził z założenia iż kapitał gruntowy i kapitał kosztów zarządu powinny się procentować według stopy procentu wskazującego. Kraft zaś przeciwnie, przyjmuje w rachunku ich oprocentowanie według stopy procentu leśno-gospodarczego.

Według modyfikacji Krafta, przedstawi się rachunek następująco:

Drzewostan D wzrasta według stopy $a + b + c\%$ -towej; powiększenie się roczne kapitałowe drzewostanu będzie:

od tego odpada oprocentowanie kapitału gruntowego i zarządu

$$\frac{(G + Z) \cdot p}{100}$$

otrzymamy zatem proporcję:

$$D : \left[\frac{D \cdot (a + b + c)}{100} - \frac{(G + Z) \cdot p}{100} \right] = 100 : w. \text{ z czego}$$

$$w = \frac{D \cdot (a + b + c) - (G + Z) \cdot p}{D} = (a + b + c) - \frac{(G + Z) \cdot p}{D}$$

Przykład.

Dane, jak w poprzednim przykładzie.

$$6,1 - \frac{(500 + 200) \cdot 3}{2340} = 6,1 - 0,9 = 5,2\%.$$

Jeżeli uwzględnimy tylko przyrost na masie, który da się na pewne oznaczyć, a opuścimy przyrost na jakości i cenie, które są zawsze problematyczne, i nie dadzą się nigdy na pewne i ściśle oznaczyć, otrzymamy uproszczony wzór:

$$w = c \cdot \frac{(G + Z) \cdot p}{D}$$

który odda nam te same usługi co skomplikowany wzór Presslera.

Przykład.

Dane jak poprzednio.

$$w = 3,2 - \frac{(500 + 200) \cdot 3}{4540} = 2,7\%.$$

Procent wskazujący Hönlintera.

Sposób obliczania procentu wskazującego przez Hönlintera, jakkolwiek bardzo pojedynczy i wyniki nie są zależne od przyjmowanej nieraz dowolnie wysokości wartości kapitałowej gruntu, posiada tę słabą stronę, iż przyjęta w rachunku stopa procen-

towa leśno-gospodarcza, wywiera znaczny wpływ na bezwzględną wysokość procentu wskazującego.

Gdzie jednak nie chodzi o bezwzględną wysokość procentu wskazującego, i ma on tylko służyć jako względny miernik dojrzałości finansowej drzewostanu, tam może być z korzyścią zastosowany.

Wzór Hönlingera opiewa:

$$w = \frac{c \cdot (10p^m - 1)}{10p^m} = c \left(1 - \frac{1}{10p^m} \right).$$

Przykład.

Dane, jak w poprzednich przykładach.

$$w = 3.2 \left(1 - \frac{1}{7.197} \right) = 3.2 \cdot (1 - 0.1363) = 2.33\%.$$

Zastosowanie procentu wskazującego.

Procent wskazujący oznaczy nam tylko w takim razie dojrzałość finansową rębności danego drzewostanu, jeżeli do jego obliczenia wprowadzimy maksimum wartości gruntu według rentowności. W tym wypadku uzyskamy bezwzględną wysokość procentu wskazującego.

Wprowadzając w rachubę inne t. j. dowolne wartości gruntu, może procent wskazujący, będąc w tym wypadku wielkością względną, być tylko miernikiem porównawczym dojrzałości finansowej rębności między kilku danymi drzewostanami.

Do rozwiązywania zagadnień leśno-gospodarczych, jak, do obliczania rentowności, do oznaczania sposobu gospodarowania, do ustanawiania hodowli pewnego, rentowniejszego rodzaju drzewa i t. p. procent wskazujący nie daje się bezwzględnie użyć. Ma on więc znaczenie akademickie.

Ustanowienie kolei leśnej.

Okres czasu, który dzieli odnowienie danego drzewostanu aż do czasu jego użytkowania, nazywamy koleją leśną, koleją porębową albo krótko, koleją*).

*) W nowszych czasach zastępują pisarze wyraz „kolej leśna“ wyrazem „rębnia“, lecz czy ten nowy wyraz utrzyma się, trudno na razie orzec.

Ja zostałem przy dawnej nazwie.

Koniec okresu tego, a więc wiek drzewostanu, w którym tenże przypada do cięcia, nazywamy wiekiem rębności drzewostanu.

Jakkolwiek nauka rozróżnia kilka rodzajów kolei leśnej, nas zajmuje tutaj tylko obliczenie i ustanowienie wysokości kolei finansowej.

Kolej finansowa, albo kolej najwyższej renty gruntowej.

Pod koleją finansową rozumiemy tę kolej, dla której, przy przyjęciu pewnego procentu leśno-gospodarczego, oblicza się najwyższą rentą gruntową, względnie najwyższą wartość gruntu według rentowności.

Wysokość kolei finansowej, która pozostaje w ścisłym przyczynowym związku z wartością gruntu według rentowności, zależną jest od tych samych okoliczności, jakie wpływają na wysokość wartości gruntu według rentowności, a więc, od wysokości przyjętej w rachunku stopy procentowej, leśno-gospodarczej; od wcześniej wpływających dochodów pośrednich; od zamożności gruntu, od rodzaju hodowanego drzewa i t. p. okoliczności.

Im gleba jest zamożniejsza, tem wyższą bywa kolej finansowa. Rodzaje drzewa, szybko- i długo- w zwarciu pozostające, przedłużają kolej finansową.

Jaki wpływ wywiera wysokość procentu leśno-gospodarczego, przyjętego przy obliczaniu wartości gruntu według rentowności a temsamem i kolei finansowej, wykażą nam następujące przykłady.

Przykład 1.

Las jodłowy, 2 kl. zamożność (Lorèy) daje z 1 ha:

w roku 50, 60, 70, 80, 90, 100.

$D_k = 1078, 2008, 3150, 4580, 5690, 6790 \text{ Mp.}$

$T_a = 98, 144, 162, 189, 180, 180 \text{ „}$

$u = 40 \text{ Mp}; z = 6 \text{ Mp.}$

Jak wysoka obliczy się kolej finansowa, gdy $p = 3\%$.

k	=	50,	60,	70,	80,	90,	100,	lat.
D_k	=	1078,	2008,	3150,	4550,	5690,	6790	Mp.
T_2	=	—,	132,	370,	416,	1215,	1634	„
Razem	=	1078,	2140,	3520,	5236,	6909,	6790	Mp.
— u.	=	175,	235,	316,	425,	572,	786	„
Pozostaje	=	903,	1905,	3204,	4811,	6333,	7656	„
$X \frac{1}{10p^k - 1}$	=	267,	399,	473,	498,	475,	410	Mp.
— Z	=	200,	200,	200,	200,	200,	200	„
G	=	67,	199,	263,	298,	275,	210	Mp.

Kolej finansowa, przy przyjęciu $p = 3\%$, przypada w tym wypadku na rok 80, gdyż dla tego roku oblicza się najwyższą wartość gruntu według rentowności.

Przykład 2.

Las jak poprzednio, $p = 2.5\%$.

k	=	50,	60,	70,	80,	90,	100,	lat.
D_k	=	1078,	2008,	3150,	4520,	5690,	6790	„
T_a	=	—,	125,	344,	647,	1071,	1370	„
Razem	=	1078,	2133,	3494,	5167,	6761,	8160	Mp.
— u	=	137,	176,	225,	288,	369,	472	„
Pozostaje	=	941,	1957,	3269,	4881,	6392,	7688	Mp.
$X \frac{1}{10p^k - 1}$	=	386,	575,	706,	788,	176,	711	„
— Z	=	240,	240,	240,	240,	240,	240	„
G	=	146,	335,	466,	548,	536,	471	Mp.

Kolej finansowa wpada między rok 80 a 90 a więc 85 lat.

Przykład 3.

Las jak poprzednio $p = 2\%$.

k	=	50,	60,	70,	80,	90,	100	lat.
D_k	=	1078,	2008,	3150,	4520,	5690,	6790	Mp.
T_a	=	—,	119,	331,	588,	947,	1136	„
Razem	=	1078,	2127,	3481,	5108,	6637,	7926	Mp.

— u.	=	108, 131, 160, 195, 238, 370	Mp.
Pozostaje		970, 1996, 3311, 4913, 6399, 7556	Mp.
X $\frac{1}{1.0p^k - 1}$	=	573, 875, 1104, 1267, 1294, 1210	Mp.
— Z.	=	300, 300, 300, 300, 300, 300	"
G	=	273, 575, 804, 976, 994, 910	Mp.

Przy zastosowaniu $p = 2\%$ przedłuża się kolej do lat 90.

Obliczenie kolejki finansowej na podstawie procentu wskazującego.

Przyjmując dochody z lasu według tej samej tablicy jak poprzednio, obliczymy kolej finansową na podstawie procentu wskazującego w sposób następujący:

Ponieważ $1.0C = \frac{D_m + n}{D_m}$, znajdziemy wyrazowi 1.0C odpowiadający procent wskazujący = w. wprost z tablicy I będzie więc:

$$\frac{D_{70}}{D_{60}} = \frac{3150}{2008} = 1.568; w = 4.6\%.$$

$$\frac{D_{90}}{D_{70}} = \frac{4520}{3150} = 1.435; w = 3.7\%.$$

$$\frac{D_{90}}{D_{80}} = \frac{5690}{4520} = 1.258; w = 2.3\%.$$

$$\frac{D_{100}}{D_{90}} = \frac{6790}{5090} = 1.193; w = 1.8\%.$$

Obliczona na podstawie procentu wskazującego wartość gruntu według rentowności, przyjmując do rachunku procent leśno-gospodarczy $p = 3\%$, przedstawi się w następujących wysokościach:

$$G = D_w \left(\frac{C}{p} - 1 \right) - \frac{z}{0.0p};$$

$$G_{95} = \frac{2008 + 3150}{2} \left(\frac{46}{3} - 1 \right) - 2579.0 \cdot 533 - 200 = 1374 \text{ Mp}$$

$$G_{76} = \frac{3150 + 4520}{2} \cdot \left(\frac{3.7}{3} - 1 \right) - \frac{6}{0.03} = 3835.0 \cdot 25 - 200 = 958 \text{ Mp.}$$

$$G_{85} = \frac{4520 + 560}{2} \cdot \left(\frac{2.3}{3} - 1 \right) - \frac{6}{0.03} = 0.$$

Kolej finansowa przypada według tego sposobu obliczania między rokiem 65 a 70 wieku drzewostanu.

Przy przyjęciu w rachubę $p = 2.5\%$ będzie:

$$G_{65} = \frac{2008 + 3150}{2} \cdot \left(\frac{4.6}{2.5} - 1 \right) - \frac{6}{0.025} = 2579.0 \cdot 84 - 240 = 1926 \text{ Mp.}$$

$$G_{75} = \frac{3150 + 4520}{2} \cdot \left(\frac{3.7}{2.5} - 1 \right) - \frac{6}{0.025} = 2835.0 \cdot 48 - 240 = 1600 \text{ Mp.}$$

$$G_{85} = \frac{4520 + 5690}{2} \cdot \left(\frac{2.3}{2.5} - 1 \right) = 0.$$

W tym wypadku przypada kolej finansowa między rokiem 65 a 70

W praktycznem zastosowaniu, obliczenie kolei finansowej najlepiej dokonywać na podstawie wartości gruntowej według rentowności, ten sposób bowiem daje najdokładniejsze i najpewniejsze wyniki.

Obliczenie wysokości kolei leśnej na podstawie czystego dochodu z lasu.

Sposób obliczania wysokości kolei na podstawie najwyższego czystego dochodu z lasu, może być zastosowany w lasach, pozostających w zagospodarowaniu trwałem.

Przy tym sposobie obliczania wysokości kolei, należy brać dochód pieniężny, ponieważ ten, wskutek przyrostu na jakości, różni się znacznie od dochodu w masie.

Kolej najwyższego rocznego dochodu, przypada na ten wiek drzewostanu, w którym uzyskuje się najwyższy dochód z lasu. Przypada on na ten wiek drzewostanu, w którym iloraz

$$\frac{D_k + T_a + T_b + \dots - u}{k} - z$$

przedstawiający czysty, roczny dochód z lasu, osiągnie maximum wartości.

Przykład.

k	=	80,	90,	100,	110,	120,	130	lat.
D _k	=	4520,	5600,	6790,	7780,	6870,	9440	Mp.
T _a	=	593,	773,	953,	1003,	1023,	1023	„
Razem	=	5113,	6463,	7143,	8783,	9693,	10463	Mp.
— u	=	40,	40,	40,	40,	40,	40	„
Pozostaje	=	5073,	6423,	7703,	8743,	6953,	10423	Mp.
X $\frac{1}{k}$	=	63.41,	71.36,	77.03,	79.48,	80.44,	10423	„
— z	=	6.00,	6.00,	6.00,	6.00,	6.00,	6.00	„
Roczny czysty dochód z lasu	=	57.41	69.36,	71.03,	73.48,	74.44,	74.17	Mp.

Kolej, najwyższego przeciętnego dochodu, przypada na wiek drzewostanu między rokiem 120 a 130.

W porównaniu kolei finansowej z koleją najwyższego dochodu widzimy iż gdy kolej finansowa stanowi najniższą, to kolej najwyższego dochodu z lasu, czyli najwyższej renty lasowej, stanowi najwyższą granicę kolei leśnej.

Stosunek między rentą gruntową a lasową.

Przypatrzmy się przykładom dla obliczania kolei finansowej i kolei najwyższego, czystego dochodu z lasu widzimy, iż te dwie renty nie zwiększają się ani spadają według jednych i tych samych prawideł, lecz przeciwnie, kiedy renta gruntowa zaczyna opadać, to renta lasowa jeszcze długo wzrasta.

Wysokość renty lasowej nie daje dowodu o rentowności gospodarki leśnej. Wysokość jej może być bardzo znaczną, gdy tymczasem renta gruntowa może spaść do zera, a nierzadko wykazywać ujemne wyniki.

Prawidłowy stosunek między wartością gruntu, a wartością zapasu normalnego, czyli, między rentą gruntową a rentą zapasu

normalnego, może tylko wtedy zapanować, jeżeli wartość każdej będziemy osobno obliczać i porównywać.

Riebel podaje prawidłowy stosunek wartości lasu, gruntu i zapasu normalnego*).

Wychodzi on z założenia, iż skoro wartość lasu = L , składa się z wartości gruntu = G i wartości zapasu normalnego = Z_n , musi więc między temi wartościami zachodzić pewien stały stosunek odpowiednio do wieku lasu. Skoro dla skrócenia dowodu uwzględnimy tylko dochód główny w wieku rębności, otrzymamy:

$$L_m = G + Z_m = \frac{r \cdot k}{10p^k - 1}, \text{ a ponieważ renta lasowa} = r = D_k, \text{ będzie dla jednostki powierzchni } r = \frac{D_k}{k}.$$

$$G = \frac{D_k}{10p^k - 1} = \frac{r \cdot k}{10p^k - 1} \text{ zaczem}$$

$$Z_n = \frac{r}{0.0p} - \frac{r \cdot k}{10p^k - 1} = r \left(\frac{1}{0.0p} - \frac{k}{10p^k - 1} \right)$$

Ponieważ w wyrazach dla wartości lasu, gruntu i zapasu normalnego r jest wspólne, musi więc istnieć prawidłowy stosunek między temi wartościami, zatem

$$\frac{1}{0.0p} : \frac{k}{10p^k - 1} : \left(\frac{1}{0.0p} - \frac{k}{10p^k - 1} \right)$$

Wartości powyższych czynników podane są w następującej tablicy:

$$L = \frac{1}{0.0p}; \quad G = \frac{k}{10p^k - 1}; \quad Z_n = \left(\frac{1}{0.0p} - \frac{k}{10p^k - 1} \right).$$

k.	2%;	2.5%;	3%;	3.5%.
40 L.	50.00;	40.00;	33.00;	28.57;
G.	33.11;	23.74;	17.68;	13.52;
Z _n .	16.89;	16.26;	15.65;	15.05;
50 L.	5.000;	40.00;	33.33;	28.57;
G.	29.56;	20.52;	14.77;	10.67;
60 L.	50.00;	40.00;	33.33;	28.57;

*) Riebel, Waldwertrechnung, 2 wyd. Str. 165—166.

	G.	26:30;	17:65;	12:26;	7:27;
	Z _n .	23:70;	22:35;	21:07;	21:30;
70.	L.	50:00;	40:00;	33:33;	28:57;
	G.	23:34;	15:11;	10:11;	5:93;
	Z _n .	26:66;	24:89;	23:22;	22:64;
80.	L.	50:00;	40:00;	33:33;	28:57;
	G.	20:64;	12:88;	8:30;	4:77;
	Z _n .	29:36;	27:12;	25:03;	23:80;
90.	L.	50:00;	40:00;	33:33;	28:57;
	G.	18:21;	10:93;	6:76;	3:79;
	Z _n .	31:79;	29:07;	26:57;	24:78.

Z powyższej tablicy widzimy iż, przy tej samej rencie lasowej, w miarę wzrostu kolei i przyjętego w rachubę procentu leśno-gospodarczego, maleje renta gruntowa a wzrasta renta zapasu normalnego.

Może zająć nawet wypadek, iż renta gruntowa, w wysokich kolejach, spadnie do zera, a wówczas rentowność gruntu ustaje, a rentuje się tylko zapas normalny.

W racjonalnie prowadzonym gospodarstwie leśnym, nie można dopuścić do tego, ażeby kapitał, jaki przedstawia grunt, był bezproduktywnym, a to tembardziej, iż grunt jest właściwie wytwórczym kapitałem i bez niego gospodarstwo leśne i pomyśleć się nie da; gdy zapas normalny, jako wytwór gruntu, jest tylko kapitałem pomocniczym i tylko gospodarstwu leśnemu właściwym.

Jakkolwiek zapas normalny stanowi w gospodarstwie leśnym poniekąd kapitał zakładowy, jednakowoż może stać się kapitałem obrotowym, skoro drzewostany zostaną wycięte i spieniężone. Natomiast grunt, jako kapitał zakładowy w ścisłym tego słowa znaczeniu, produkuje w dalszym ciągu drzewostany aż do uzupełnienia zapasu normalnego do przywrócenia równowagi w gospodarstwie leśnym, z tej przyczyny powinien się zawsze oprocentowywać.

Ustanowienie najodpowiedniejszego rodzaju drzewa.

Gdy mamy porównać więcej rodzajów drzew pod względem rentowności, to musimy przedewszystkiem obliczyć, który z ho-

dowanych rodzajów daje najwyższe oprocentowanie kapitałów czynnych w gospodarstwie leśnym.

Najłatwiej zbadamy rentowność danego rodzaju drzewa, jeżeli dla każdego z osobna obliczymy wartość gruntu według rentowności, oczywiście zatrzymując tę samą stopę procentową dla każdego poszczególnego obliczenia.

Ten rodzaj drzewa, dla którego w danym i z góry przyjętym sposobie gospodarowania, obliczy się najwyższa renta gruntowa, oczywiście z zatrzymaniem tej samej wysokości kole i procentu leśno-gospodarczego, jest najrentowniejszy.

Dla przykładu i porównania z poprzednimi obliczeniami dokonanimi dla lasów jodłowych, weźmiemy las bukowy (tablice Baura), zagospodarowanego w tych samych warunkach, gdzie również $u = 40$ Mp $z = 6$ Mp $p = 3\%$

Wartość gruntu według rentowności wynosi:

k	=	50,	60,	70,	80,	90,	100	lat.
Jodła	=	273,	575,	804,	967,	994	910	Mp.
Buk	=	553,	654,	654,	619,	556	494	„

Porównując wartości gruntu obliczone dla lasów jodłowych i bukowych, przychodzimy do przekonania, iż gdy najwyższa wartość gruntu dla lasów jodłowych przypada na wiek drzewostanu lat 90, to dla drzewostanów bukowych przypada ona na rok 60, i jest dla tego wieku dla buka znacznie wyższa aniżeli dla jodły. Wynika więc z tego wywodu iż lasy bukowe rentują się lepiej, aniżeli lasy jodłowe, bo gdy pierwsze mogą być zagospodarowane w niższych kolejach, to drugie wymagają wysokich.

Gdzie więc drewno opałowe ma zapewniony łatwy zbyt, tam, opierając się na powyższych obliczeniach, można śmiało zalecać hodowlę buczyny.

Obliczania najrentowniejszego sposobu gospodarowania.

W naszych stosunkach leśno-gospodarczych przyjęto dwa sposoby gospodarowania, t. j. niskopienny i wysokopienny. Sposobu niskopiennego połączono u nas nigdzie nie wprowadzono.

Oczywiście iż wykluczone są od sposobu gospodarowania niskopiennego wszelkie rodzaje drzew szpilkowych, i te z liściastych, które niedobrze odrastają.

Wogóle sposób zagospodarowania lasów niskopiennie należy uważać za najkorzystniejszy, ponieważ daje najwyższą rentę gruntową, nie wymaga wysokich kolei a tem samem znacznej wielkości zapasu normalnego.

Przy zaprowadzaniu niskopiennego sposobu zagospodarowania lasów należy przedewszystkiem uwzględnić, czy drewno o mniejszych wymiarach znajdzie odpowiedni i szybki zbyt; czy wydajność gleby i ukształtowanie terenu temu sposobowi gospodarowania odpowiadają. Oczywiście na bystrych stokach, gruntach kamienistych, na piaskach i t. p. nie można zaprowadzać sposobu gospodarowania niskopiennego.

Dla porównania rentowności lasów, zagospodarowanych niskopiennie a wysokopiennie niech posłuży następujący przykład:

Las mieszany, dębowy i bukowy z przymieszką brzozy i różnymi gatunkami drzew miękkich, według Feistmantla 2 kl. zamożności, zagospodarowany w kolei 40 letniej, daje z 1 ha $D_k = 198 \text{ m}^3$ drewna po 6 Mp. = 1188 Mp. u = 0, z = 6 Mp. p = 2%.

$$G = 1188.0.8278 = 983 - 300 = 683 \text{ Mp. z czego}$$

$$r = 683.0.02 = 13.66 \text{ Mp.}$$

Przypatrzmy się teraz obliczonej w poprzednim przykładzie wartości gruntu według rentowności dla buka, to spostrzeżemy, iż las bukowy, zagospodarowany wysokopiennie, nie daje takiej wysokiej renty gruntowej, gdyż wynosi ona w roku 50, = 11.06 Mp. w 60 = 13.08 Mp.; w 70 = 13.09 Mp.; w 80 = 12.38 Mp.

Z tego obliczenia wypływa dowód iż, kiedy las niskopienny już w 40 roku, przynosi rocznej renty gruntowej z 1 ha 13.66 Mp., to las bukowy, zagospodarowany wysokopiennie, daje tej wysokości rentę gruntową dopiero w roku 60. wieku drzewostanu.

TABLICE

do obliczania, przez zwykłe mnożenie, wartości
początkowej i końcowej kapitału i rent.

F	AD	I	MC	E	N	S	DATE
			10-20-71				

Sposób użycia:

Tabl. II. Czynniki odprocentowy $\frac{1}{1,0p^n}$, dla obliczania

Tabl. III. Czynniki $\frac{1}{1'0p^n - 1}$ dla obliczania wartości po-

$$= R \cdot \frac{1}{10p^n - 1}$$

Tabl. IV. Czynniki $\frac{10p^n - 1}{0.0p}$ dla obliczania sumy wartości końcowej renty rocznej, skończonej, wpływającej z dołu w całości n razy n. p. $\Sigma W_k = \frac{r \cdot (10p^n - 1)}{0.0p}$.

[illegible]

Tablica I. Czynniki 1'0pⁿ.

lata n	2	2½	3	3½	4	4½	5
p r o c e n t							
1	1,0200	1,0250	1,0300	1,0350	1,0400	1,0450	1,0500
2	1,0404	1,0506	1,0609	1,0712	1,0816	1,0920	1,1025
3	1,0612	1,0769	1,0927	1,1087	1,1249	1,1412	1,1576
4	1,0824	1,1038	1,1255	1,1475	1,1699	1,1925	1,2155
5	1,1041	1,1314	1,1593	1,1877	1,2167	1,2462	1,2763
6	1,1261	1,1597	1,1941	1,2293	1,2653	1,3023	1,3401
7	1,1487	1,1887	1,2299	1,2723	1,3159	1,3609	1,4071
8	1,1717	1,2184	1,2668	1,3168	1,3686	1,4221	1,4775
9	1,1951	1,2489	1,3048	1,3629	1,4233	1,4861	1,5513
10	1,2190	1,2801	1,3439	1,4106	1,4802	1,5530	1,6289
11	1,2434	1,3121	1,3842	1,4600	1,5395	1,6229	1,7103
12	1,2682	1,3449	1,4258	1,5111	1,6010	1,6959	1,7959
13	1,2936	1,3785	1,4685	1,5640	1,6651	1,7722	1,8856
14	1,3195	1,4130	1,5126	1,6187	1,7317	1,8519	1,9799
15	1,3459	1,4483	1,5580	1,6753	1,8009	1,9353	2,0789
16	1,3728	1,4845	1,6046	1,7340	1,8730	2,0224	2,1829
17	1,4002	1,5216	1,6528	1,7947	1,9479	2,1134	2,2920
18	1,4282	1,5597	1,7024	1,8575	2,0258	2,2085	2,4066
19	1,4568	1,5986	1,7535	1,9225	2,1068	2,3079	2,5268
20	1,4859	1,6386	1,8061	1,9897	2,1911	2,4117	2,6533
21	1,5157	1,6796	1,8560	2,0594	2,2788	2,5202	2,7860
22	1,5460	1,7216	1,9161	2,1314	2,3699	2,6337	2,9253
23	1,5769	1,7646	1,9736	2,2061	2,4647	2,7522	3,0715
24	1,6084	1,8087	2,0328	2,2833	2,5633	2,8760	3,2351
25	1,6405	1,8539	2,0938	2,3632	2,6658	3,0054	3,3864
26	1,6734	1,9003	2,1566	2,4460	2,7725	3,1407	3,5557
27	1,7069	1,9478	2,2213	2,5316	2,8834	3,2820	3,7335
28	1,7410	1,9965	2,2879	2,6202	2,9987	3,4297	3,9201
29	1,7758	2,0464	2,3566	2,7119	3,1187	3,5840	4,1161
30	1,8114	2,0976	2,4273	2,8068	3,2434	3,7453	4,3219
31	1,8476	2,1500	2,5001	2,9050	3,3731	3,9139	4,5380
32	1,8845	2,2038	2,5751	3,0076	3,5081	4,0906	4,7649
33	1,9222	2,2589	2,6523	3,1119	3,6484	4,2740	5,0032
34	1,9607	2,3153	2,7319	3,2209	3,7943	4,4664	5,2533
35	1,9999	2,3732	2,8139	3,3336	3,9461	4,6673	5,5160
36	2,0399	2,4325	2,8983	3,4503	4,1039	4,8774	5,7918
37	2,0807	2,4933	2,9852	3,5710	4,2681	5,0969	6,0814
38	2,1223	2,5569	3,0748	3,6960	4,4388	5,3262	6,3855
39	2,1647	2,6208	3,1670	3,8254	4,6164	5,5659	6,7048
40	2,2080	2,6851	3,2620	3,9593	4,8010	5,8164	7,0400
41	2,2522	2,7522	3,3599	4,0978	4,9931	6,0781	7,3920
42	2,2972	2,8210	3,4607	4,2413	5,1928	6,3516	7,7616
43	2,3432	2,8915	3,5645	4,3897	5,4130	6,6374	8,1497
44	2,3901	2,9707	3,6715	4,5433	5,6165	6,9361	8,5571
45	2,4379	3,0379	3,7816	4,7024	5,8412	7,2482	8,9850
46	2,4866	3,1139	3,8950	4,8669	6,0748	7,5744	9,4343
47	2,5363	3,1917	4,0119	5,0378	6,3178	7,9153	9,9060
48	2,5871	3,2715	4,1322	5,2136	6,5705	8,2715	10,4016
49	2,6383	3,3533	4,2562	5,3961	6,8333	8,6437	10,9213
50	2,6916	3,4371	4,3839	5,5849	7,1066	9,0326	11,4674

Tablica I. Czynniki 1.0pⁿ.

lata n	2	2½	3	3½	4	4½	5
p r o c e n t							
51	2,7454	3,5280	4,5154	5,7804	7,3910	9,4391	12,0404
52	2,8003	3,6111	4,6509	5,9827	7,8666	9,8639	12,6424
53	2,8563	3,7014	4,7904	6,1921	7,9940	10,3077	13,2744
54	2,9135	3,7989	4,9341	6,4888	8,3137	10,7716	13,9382
55	2,9717	3,8888	5,0821	6,6331	8,6464	11,2563	14,6351
56	3,0312	3,9860	5,2346	6,8653	8,9922	11,7628	15,3669
57	3,0918	4,0856	5,3917	7,1056	9,3519	12,2922	16,1358
58	3,1536	4,1878	5,5534	7,3543	9,7260	12,8453	16,9422
59	3,2167	4,2925	5,7200	7,6116	10,1150	13,4234	17,7891
60	3,2810	4,3998	5,8916	7,8780	10,5196	14,0274	18,6786
61	3,3467	4,5098	6,0684	8,1538	10,9404	14,6586	19,6125
62	3,4136	4,6228	6,2504	8,4392	11,3780	15,3183	20,5931
63	3,4819	4,7381	6,4379	8,7346	11,8330	16,0076	21,6228
64	3,5515	4,8565	6,6311	9,0403	12,3065	16,7279	22,7039
65	3,6225	4,9780	6,8300	9,3567	12,7987	17,4804	23,8391
66	3,6950	5,1024	7,0349	9,6842	13,3107	18,2673	25,0311
67	3,7689	5,2300	7,2459	10,0231	13,8431	19,0890	26,2827
68	3,8443	5,3607	7,4633	10,3739	14,3968	19,9484	27,5968
69	3,9211	5,4947	7,6872	10,7370	14,9727	20,8457	28,9766
70	3,9996	5,6321	7,9178	11,1128	15,5716	21,7838	30,4264
71	4,0795	5,7729	8,1553	11,5018	16,1945	22,7644	31,9467
72	4,1611	5,9172	8,4000	11,9043	16,8423	23,7885	33,5440
73	4,2444	6,0652	8,6520	12,3210	17,5160	24,8593	35,2212
74	4,3292	6,2168	8,9116	12,7522	18,2166	25,9780	36,9823
75	4,4158	6,3722	9,1789	13,1985	18,9453	27,1470	38,8314
76	4,5042	6,5315	9,4543	13,6605	19,7031	28,3683	40,7730
77	4,5942	6,6948	9,7379	14,1386	20,4912	29,6449	42,8130
78	4,6861	6,8622	10,0301	14,6335	21,3108	30,9792	44,9537
79	4,7799	7,0337	10,3310	15,1456	22,1633	32,3733	47,2014
80	4,8754	7,2096	10,6409	15,6757	23,0488	33,8301	49,5614
81	4,9729	7,3898	10,9601	16,2244	23,9718	35,3525	52,0395
82	5,0721	7,5746	11,2889	16,7922	24,9307	36,9433	54,6415
83	5,1739	7,7639	11,6276	17,3800	25,9279	38,6053	57,3736
84	5,2773	7,9580	11,9764	17,9883	26,9650	40,3430	60,2422
85	5,3829	8,1570	12,3357	18,6179	28,0436	42,1585	63,2544
86	5,4905	8,3609	12,7058	19,2695	29,1653	44,0556	66,4171
87	5,6003	8,5699	13,0870	19,9439	30,3320	46,0381	69,7379
88	5,7124	8,7848	13,4796	20,6420	31,5452	48,1098	73,2248
89	5,8266	9,0038	13,8839	21,3644	32,8071	50,2747	76,8861
90	5,9431	9,2289	14,3005	22,1122	34,1193	52,5371	80,7304
95	6,5617	10,4416	16,5782	26,2623	41,5114	65,4708	103,0347
100	7,2446	11,8137	19,2186	31,1914	50,5049	81,5835	131,5013
110	8,8312	15,1226	25,8282	43,9986	74,7597	126,7045	214,2017
120	10,7652	19,3531	34,7110	62,0643	110,6616	196,7700	348,9120
130	13,1227	24,7801	46,6486	87,5478	163,8076	305,5750	568,3409
140	15,9965	31,7203	62,6959	123,4949	242,4753	474,5486	925,7674
150	19,4993	40,6050	84,3527	174,2017	358,9227	736,9594	1507,9775
160	23,7699	51,9779	113,2231	245,7987	531,2932	1144,4795	2456,336
170	28,9754	66,5361	252,1697	346,6147	786,1438	1777,334	4001,113
180	35,3208	85,1718	204,5033	488,9484	1164,1289	260,1528	6517,392
190	43,0559	109,0271	274,8354	689,7100	1723,1912	4286,485	10616,145
200	62,4849	139,0271	369,3553	972,9039	2550,7498	6656,486	17292,581

Tablica II. Czynniki $\frac{1}{10p^n}$

lata n	2	2 $\frac{1}{2}$	3	3 $\frac{1}{2}$	4	4 $\frac{1}{2}$	5
p r o c e n t							
1	0,98089	0,97561	0,97087	0,96618	0,96154	0,95694	0,95238
2	96117	95181	94260	93351	92456	91573	90703
3	94232	92860	91514	90194	88909	87630	86384
4	92385	90595	88849	87144	85480	83856	82270
5	90573	88385	86201	84197	82193	80245	78353
6	88797	86230	83748	81350	79031	76790	74622
7	87056	84127	81309	78599	75992	73483	71068
8	85349	82075	78941	75941	73069	70319	67684
9	83676	80073	76642	73373	70259	67290	64461
10	82035	78120	74409	70892	67556	64393	61391
11	0,80426	0,76214	0,72242	0,68494	0,64958	0,61620	0,58468
12	78849	74356	70138	66178	62460	58966	54684
13	77303	72542	68095	63940	60057	56427	53032
14	75787	70773	66112	61778	57748	53997	50507
15	74301	69047	64185	59689	55526	51672	48102
16	72845	67360	62317	57671	53391	49447	45811
17	71416	65720	60502	55720	51337	47318	43630
18	70016	64117	58739	53836	49363	45280	41552
19	68643	62553	57029	52016	47461	43330	39573
20	67297	61027	55368	50257	45639	41464	37689
21	0,65978	0,59539	0,53755	0,48557	0,43883	0,39676	0,35894
22	64684	58086	52189	46915	42196	37970	34185
23	63416	56870	50869	45329	40573	36335	32557
24	62172	55288	49193	43796	39019	34770	31007
25	60953	53939	47761	42355	37512	33273	29530
26	59758	52623	46369	40884	36093	31840	28124
27	58586	51340	45019	39501	34682	30469	26785
28	57437	50087	43708	38165	33348	29157	25509
29	56311	48866	42435	36875	32065	27901	24295
30	55207	47671	0,41199	35628	30832	26700	23138
31	0,54125	0,46511	0,39999	0,34123	0,29646	0,25550	0,21836
32	53063	45377	38834	33259	28506	24450	20987
33	52023	44270	37703	32134	27409	23397	19987
34	51003	43191	36604	31018	26355	22390	19035
35	50003	42137	35538	29998	25342	21425	18119
36	49022	41109	34504	28983	24367	20503	17266
37	48061	40107	33498	28003	23430	19620	16444
38	47119	39128	32523	27056	22579	18775	15661
39	46195	38174	31575	26141	21662	17967	14915
40	45289	37243	30656	25267	20829	17193	14205
41	0,44401	0,36335	0,29763	0,24403	0,20028	0,16453	0,13528
42	43530	35448	28896	23578	19257	15744	12884
43	42777	34584	28054	22781	18517	15066	12270
44	41840	33740	27237	22010	17805	14417	11686
45	41020	32970	26444	21266	17120	13798	11130
46	40215	32115	25674	20547	16461	13202	10600
47	39427	31331	24926	19852	15828	12634	10095
48	38654	30567	24200	19181	15219	12096	9614
49	37896	29822	23495	18532	14634	11569	9156
50	0,37153	0,29094	0,22811	0,17905	0,14071	0,11071	0,08720

Tablica II. Czynniki $\frac{1}{10p^n}$

lata n	2	2 $\frac{1}{2}$	3	3 $\frac{1}{2}$	4	4 $\frac{1}{2}$	5
p r o c e n t							
51	0,36424	0,28385	0,22146	0,17300	0,13530	0,10594	0,08305
52	35710	27692	21501	36715	18010	10188	07910
53	35010	27017	20875	16150	12509	09701	07533
54	34323	26358	10267	15603	12028	09234	07174
55	33650	25715	19677	15076	11566	08884	06833
56	32991	25088	19104	14566	11121	08501	06507
57	32344	24476	18547	14073	10693	08135	06197
58	31710	23879	18007	13598	10282	07785	05902
59	31088	23297	17483	13133	09886	07450	05621
60	30478	22728	16973	12693	09506	07129	03354
61	0,29881	0,22174	0,16479	0,12264	0,09140	0,06822	0,05099
62	29292	21633	15999	11849	08789	06528	04856
63	28720	21106	15533	11449	08451	06247	04625
64	28157	20591	15081	11062	08126	05978	04404
65	27605	20089	14641	10688	07813	05721	04195
66	27064	19599	14215	10324	07513	05474	03995
67	26533	19111	13801	09977	07224	05239	03805
68	26013	18654	13399	09640	06945	05013	03623
69	25503	18199	13009	09314	06679	04797	03451
70	25003	17755	12630	08999	06422	04590	03287
71	0,24513	0,17322	0,12262	0,08694	0,06175	0,04393	0,03130
72	24032	16900	11905	08400	05937	04204	02981
73	23561	16488	11558	08116	05709	04023	02839
74	23099	16085	11221	07842	05489	03847	02704
75	22646	15693	10895	07577	05278	03684	02575
76	22202	15310	10577	07320	05075	03525	02453
77	21766	14937	10269	07073	04880	03373	02336
78	21340	14573	09970	06834	04692	03223	02221
79	20921	14217	09680	06603	04512	03089	02119
80	20511	13870	09398	06379	04338	02956	02018
81	0,20109	0,13532	0,09124	0,06164	0,04172	0,02829	0,01922
82	19715	13202	08858	05955	04011	02707	01830
83	19329	12880	08600	05754	03857	02590	01743
84	18949	12566	08350	05559	03709	02479	01660
85	18577	12259	08107	05371	03516	02371	01581
86	18213	11960	07870	05190	03429	02270	01506
87	17856	11669	07641	05014	03297	02172	01434
88	17503	11384	07419	04844	03170	02079	01366
89	17163	11106	07203	04681	03048	01989	01301
90	16826	10836	06993	04522	02931	01903	01239
95	0,15240	0,09577	0,06032	0,03808	0,02409	0,01527	0,00971
100	13803	08465	05203	03206	01980	01226	00760
110	11323	06613	03872	02273	01337	00789	00467
120	09289	05166	02881	01611	00904	00508	00287
130	07618	04036	02143	01142	00610	00327	00176
140	06251	03152	01595	00807	00412	00211	00108
150	05129	02464	01187	00575	00278	00136	00066
160	04207	01924	00883	00407	00188	00087	00041
170	03452	01503	00657	00289	00127	00056	00025
180	02831	01174	00489	00205	00086	00036	00015
190	02322	00915	00364	00145	00058	00023	00009
200	0,01906	0,00716	0,00271	0,00071	0,00039	0,00015	0,00006

Ocenienie lasu i statyka leśna.

Tablica III. Czynniki $\frac{1}{1.0p^n - 1}$

lata n	2	2 $\frac{1}{2}$	3	3 $\frac{1}{2}$	4	4 $\frac{1}{2}$	5
p r o c e n t							
1	50,0000	40,0000	33,3333	28,5714	25,0000	22,2222	20,0000
2	24,7525	19,7531	16,4204	14,0400	12,2549	10,8666	9,7561
3	16,3377	13,0054	10,7842	9,1981	8,0087	7,0839	6,3442
4	12,1312	9,6327	7,9676	6,7786	5,8873	5,1943	4,6402
5	9,6079	7,6099	6,2785	5,3280	4,6157	4,0620	3,6195
6	7,9263	6,2620	5,1533	4,3620	3,7690	3,3084	2,9403
7	6,7256	5,2998	4,3502	3,6727	3,1652	2,7711	2,4564
8	5,8255	4,5787	3,7485	3,1565	2,7132	2,3691	2,0944
9	5,1258	4,0183	3,2811	2,7556	2,3623	2,0572	1,8138
10	4,5663	3,5753	2,9077	2,4355	2,0823	1,8084	1,5901
11	4,1089	3,2042	2,6026	2,1741	1,8537	1,6055	1,4078
12	3,7280	2,8995	2,3487	1,9597	1,6638	1,4370	1,2565
13	3,4059	2,6419	2,1343	1,7732	1,5039	1,2900	1,1291
14	3,1301	2,4215	1,9509	1,6163	1,3667	1,1738	1,0205
15	2,8918	2,2307	1,7921	1,4807	1,2485	1,0692	0,9268
16	2,6825	2,0640	1,6537	1,3624	1,1455	0,9781	0,8454
17	2,4985	1,9171	1,5317	1,2584	1,0550	0,8982	0,7740
18	2,3351	1,7868	1,4236	1,1662	0,9748	0,8275	0,7109
19	2,1891	1,6704	1,3271	1,0840	0,9035	0,7664	0,6549
20	2,0578	1,5659	1,2405	1,0103	0,8395	0,7084	0,6049
21	1,9392	1,4715	1,1680	0,9439	0,7820	0,6578	0,5599
22	1,8316	1,3859	1,0916	0,8837	0,7300	0,6121	0,5194
23	1,7334	1,3079	1,0271	0,8291	0,6827	0,5707	0,4827
24	1,6436	1,2365	0,9682	0,7792	0,6397	0,5330	0,4494
25	1,5610	1,1710	0,9143	0,7335	0,6003	0,4986	0,4190
26	1,4850	1,1107	0,8646	0,6916	0,5642	0,4671	0,3913
27	1,4147	1,0551	0,8188	0,6529	0,5310	0,4382	0,3658
28	1,3459	1,0035	0,7764	0,6172	0,5003	0,4116	0,3424
29	1,2889	0,9556	0,7372	0,5842	0,4720	0,3870	0,3209
30	1,2325	0,9111	0,7006	0,5535	0,4458	0,3634	0,3010
31	1,1798	0,8696	0,6666	0,5249	0,4214	0,3432	0,2826
32	1,1305	0,8307	0,6349	0,4983	0,3987	0,3236	0,2656
33	1,0843	0,7944	0,6052	0,4735	0,3776	0,3054	0,2498
34	1,0409	0,7603	0,5774	0,4502	0,3579	0,2885	0,2351
35	1,0001	0,7282	0,5513	0,4285	0,3394	0,2727	0,2214
36	0,9616	0,6981	0,5268	0,4081	0,3222	0,2579	0,2087
37	0,9253	0,6696	0,5037	0,3889	0,3060	0,2441	0,1968
38	0,8910	0,6428	0,4820	0,3709	0,2908	0,2311	0,1857
39	0,8586	0,6174	0,4615	0,3539	0,2763	0,2160	0,1753
40	0,8278	0,5934	0,4421	0,3379	0,2631	0,2076	0,1656
41	0,7986	0,5707	0,4237	0,3238	0,2504	0,1969	0,1564
42	0,7709	0,5491	0,4064	0,3085	0,2386	0,1869	0,1479
43	0,7445	0,5287	0,3899	0,2950	0,2272	0,1774	0,1399
44	0,7195	0,5092	0,3743	0,2822	0,2166	0,1685	0,1323
45	0,6955	0,4907	0,3595	0,2701	0,2066	0,1600	0,1252
46	0,6727	0,4731	0,3454	0,2586	0,1971	0,1521	0,1186
47	0,6509	0,4563	0,3320	0,2477	0,1880	0,1446	0,1123
48	0,6301	0,4402	0,3193	0,2373	0,1795	0,1375	0,1064
49	0,6102	0,4249	0,3071	0,2275	0,1714	0,1308	0,1008
50	0,5912	0,4103	0,2955	0,2181	0,1638	0,1245	0,0955

Tablica III. Czynniki $\frac{1}{10p^n - 1}$

lata n	2	2½	3	3½	4	4½	5
p r o c e n t							
51	0,5729	0,3963	0,2845	0,2092	0,1565	0,9606	0,0906
52	5555	3880	2739	2007	1496	0859	0859
53	5377	3702	2638	1926	1430	0815	0815
54	5226	3579	2542	1849	1367	0773	0773
55	5072	3462	2450	1775	1308	0733	0733
56	4923	3349	2361	1705	1251	0696	0696
57	4781	3241	2277	1638	1197	0661	0661
58	4643	3137	2196	1574	1146	0627	0627
59	4511	3037	2119	1512	1097	0595	0595
60	4384	2941	2044	1454	1050	0566	0566
61	0,4261	0,2819	0,1973	0,1398	0,1006	0,0732	0,0537
62	4113	2769	1905	1344	0964	0698	0510
63	4026	2615	1839	1293	0923	0666	0485
64	3919	2593	1776	1244	0884	0636	0461
65	3813	2514	1715	1197	0848	0607	0438
66	3711	2438	1657	1152	0812	0579	0416
67	3612	2364	1601	1108	0775	0553	0396
68	3516	2293	1547	1067	0743	0528	0376
69	3423	2235	1495	1027	0716	0504	0357
70	3334	2189	1446	0989	0686	0481	0340
71	0,3247	0,2095	0,1398	0,0952	0,0658	0,0459	0,0323
72	3162	2034	1351	0917	0631	0439	0307
72	3082	1974	1307	0883	0605	0419	0292
74	3004	1917	1264	0951	0581	0400	0278
75	2928	1861	1223	0825	0557	0382	0264
76	2854	1808	1183	0790	0535	0365	0251
77	2782	1756	1144	0761	0513	0349	0239
78	2713	1706	1107	0733	0492	0334	0227
79	2646	1657	1071	0707	0473	0319	0216
80	2580	1610	1037	0681	0454	0305	0206
81	0,2517	0,1565	0,1004	0,0657	0,0435	0,0291	0,0196
82	2457	1521	0972	0733	0418	0278	0186
83	2396	1478	0941	0610	0401	0266	0177
84	2338	1437	0911	9589	0385	0254	0169
85	2282	1397	0882	0563	0370	0243	0161
86	2227	1358	0854	0547	0353	0232	0153
87	2184	1321	0827	0528	0341	0222	0145
88	2122	1285	0801	0509	0327	0212	0138
89	2072	1249	0776	0491	0314	0203	0132
90	2023	1215	0752	0474	0302	0194	0125
95	0,1798	0,1059	0,0642	0,0396	0,0247	0,0155	0,0098
100	1602	0925	0549	0331	0202	0124	0077
110	1277	0708	0403	0232	0136	0070	0047
120	1024	0545	0297	0164	0091	0051	0029
130	0825	0421	0219	0116	0061	0033	0018
140	0667	0326	0162	0082	0041	0021	0011
150	0541	0252	0120	0058	0028	0014	0007
160	0439	0196	0089	0041	0019	0009	0004
170	0357	0153	0066	0029	0010	0006	0002
180	0291	0119	0049	0020	0009	0004	0002
190	0238	0093	0037	0015	0006	0002	0001
200	0,0104	0,0072	0,0027	0,0010	0,0004	0,0001	0,0001

Tablica IV. Czynniki $\frac{1.0p^a - 1}{0.0p}$

lata n	2	2½	3	3½	4	4½	5
	p r o c e n t						
1	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
2	2,0200	2,0250	2,0300	2,0350	2,0400	2,0450	2,0500
3	3,0604	3,0756	3,0909	3,1062	3,1216	3,1370	3,1525
4	4,1216	4,1515	4,1836	4,2149	4,2465	4,2782	4,3101
5	5,2040	5,2563	5,3091	5,3625	5,4163	5,4707	5,5256
6	6,3081	6,3877	6,4684	6,5502	6,6330	6,7169	6,8019
7	7,4343	7,5474	7,6625	7,7791	7,8983	8,0192	8,1420
8	8,5830	8,7361	8,8923	9,0517	9,2142	9,3800	9,5491
9	9,7546	9,9545	10,1591	10,3685	10,5828	10,8021	11,0265
10	10,9497	11,2043	11,4639	11,7314	12,0061	12,2882	12,5799
11	12,1687	12,4835	12,8078	13,1420	13,4864	13,8412	14,2068
12	13,4121	13,7956	14,1920	14,6020	15,0258	15,4640	15,9171
13	14,6803	15,1404	15,6178	16,1130	16,6268	17,1599	17,7130
14	15,9739	16,5190	17,0863	17,6770	18,2919	18,9321	19,5986
15	17,2934	17,9319	18,5989	19,2957	20,0236	20,7841	21,5786
16	18,6393	19,3802	20,1569	20,9710	21,8245	22,7193	23,6573
17	20,0121	20,8647	21,7616	22,7050	23,6975	24,7417	25,8404
18	21,4123	22,3863	23,4144	24,4997	25,6454	26,8551	28,1324
19	22,8406	23,9469	25,1169	26,3572	27,6712	29,0636	30,5390
20	24,2974	25,5447	26,8709	28,2797	29,7781	31,3714	33,0660
21	25,7833	27,1833	28,6765	30,2695	31,9692	33,7851	35,7193
22	27,2290	28,8629	30,5368	32,3289	34,2480	36,3034	38,5052
23	28,5450	30,5844	32,4529	35,4604	36,6179	38,9370	41,4305
24	30,4219	32,3490	34,4263	36,6665	39,0326	41,5392	44,5020
25	32,0303	34,1578	36,4593	38,9499	41,6459	44,5652	47,7271
26	33,6709	36,0117	38,5530	41,3181	44,3117	47,5706	51,1135
27	35,3443	37,9120	40,7096	43,7591	47,0342	50,7113	54,6691
28	37,0512	39,8598	42,9309	46,2906	49,9676	53,9933	58,4026
29	38,7922	41,8563	45,2188	48,9108	52,9663	57,4230	62,3227
30	40,5681	43,9027	47,5754	51,6227	56,0349	61,0071	66,4388
31	42,3794	46,0003	50,0027	54,4295	59,3283	64,7524	70,7608
32	44,2270	48,1520	52,5028	57,3345	62,7050	68,6662	75,2988
33	46,1116	50,3560	55,0778	60,3412	66,2095	72,7555	80,0638
34	48,0338	52,6120	57,7302	63,4532	69,8579	77,0303	85,0670
35	49,9945	54,9282	60,4621	66,6740	73,6522	81,4966	90,3203
36	51,9944	57,3014	63,2766	70,0076	77,5983	86,1644	95,8363
37	54,0343	59,7339	66,1742	73,4579	81,7022	91,0415	101,6281
38	56,1149	62,2273	69,1594	77,0289	85,9703	96,1582	107,7095
39	58,3350	64,7830	72,2342	80,7249	90,4091	101,4644	114,0950
40	60,4020	67,4026	75,4018	84,5503	95,0235	106,0305	120,7998
41	62,6100	70,0876	78,6633	88,5095	99,8265	112,3476	127,8398
42	64,8622	72,8398	82,0232	92,6074	104,8196	118,9268	135,2318
43	67,1595	75,6608	85,4839	96,8486	110,0124	125,2764	142,9933
44	69,5027	78,5523	89,0484	101,2383	115,4129	131,9138	151,1430
45	71,8927	81,5161	92,7199	105,7817	121,0294	138,8500	159,7002
46	74,3306	84,5540	96,5015	110,4940	126,8706	146,0982	168,6352
47	76,8172	87,6679	100,3965	115,3510	132,9454	153,6726	178,1194
48	79,3535	90,8596	104,4084	120,3883	139,2632	161,5879	188,0254
49	81,9406	94,1311	108,5406	125,6018	145,8357	169,8594	198,4267
50	84,5794	97,4843	112,7969	130,9979	152,6671	178,5030	209,3480

Tablica IV. Czynniki $\frac{1'0p^n}{0'0p} = 1$

lata n	2	2 1/2	3	3 1/2	4	4 1/2	5
	p r o c e n t						
51	87,271	100,921	117,181	136,588	159,774	187,536	220,82
52	90,016	104,444	121,696	142,363	167,165	196,975	232,86
53	92,817	108,056	126,347	148,346	174,851	206,839	245,50
54	95,673	111,757	131,137	154,538	182,845	217,146	258,77
55	98,586	115,551	136,072	160,947	191,159	227,988	272,71
56	101,558	119,440	141,154	167,580	199,806	239,174	287,35
57	104,589	123,426	146,388	174,445	208,797	250,937	302,72
58	107,681	127,501	151,780	181,551	218,150	263,229	318,85
59	110,835	131,699	157,333	188,905	227,876	276,075	335,79
60	114,052	135,993	163,053	196,517	237,991	289,498	353,58
61	117,333	140,391	168,945	204,395	248,510	303,525	372,26
62	120,679	144,901	175,013	212,549	259,451	328,184	391,88
63	124,098	149,524	181,264	220,998	270,829	333,502	512,47
64	127,575	154,262	187,702	229,723	282,662	349,510	434,09
65	131,126	159,118	194,333	238,763	294,968	366,238	486,80
66	134,749	164,096	201,163	248,120	307,867	383,719	480,64
67	138,454	169,199	208,198	258,804	321,078	401,986	505,67
68	142,213	174,429	215,444	267,827	334,921	421,075	531,95
69	146,057	179,789	222,907	278,201	349,318	441,024	559,55
70	149,978	185,284	230,594	288,938	364,250	461,870	588,53
71	153,977	190,916	338,512	300,051	379,862	483,654	618,95
72	158,057	196,689	248,667	311,552	396,057	506,418	650,90
73	162,218	202,606	255,067	323,457	412,899	530,107	684,45
74	166,463	208,672	263,719	335,778	430,415	555,066	719,67
75	170,792	214,888	272,631	348,540	438,631	581,044	756,65
76	175,208	221,260	281,810	365,729	467,577	608,191	795,49
77	179,712	227,792	291,264	375,389	487,280	636,560	836,26
78	184,306	234,487	301,002	389,528	507,771	666,205	879,07
79	188,992	241,349	311,032	404,361	529,032	697,184	924,02
80	193,772	248,383	321,363	419,307	551,245	729,558	971,23
81	198,647	255,592	332,004	434,983	574,295	763,888	1029,79
82	203,620	262,982	342,964	451,207	598,267	798,740	1072,83
83	208,693	270,557	354,253	467,999	623,197	835,684	1127,47
84	213,867	278,321	365,881	485,379	649,125	874,289	1184,84
85	219,144	286,279	377,857	503,367	676,090	914,632	1245,09
86	224,527	294,436	390,193	521,985	704,134	956,781	1308,34
87	230,017	302,796	402,898	541,255	735,299	1000,747	1374,76
88	235,618	311,366	415,985	561,199	763,631	1086,884	1444,50
89	241,330	320,150	429,465	581,841	795,176	1094,994	1517,73
90	247,157	329,154	443,349	603,205	827,983	1145,269	2595,61
95	278,085	377,664	519,272	721,781	1012,785	1432,684	2049,69
100	312,232	432,549	607,288	862,612	1237,624	1790,856	2610,03
110	391,569	564,902	827,607	1228,58	1843,99	2793,47	4264,03
120	488,268	734,327	1123,70	1774,19	2741,56	4350,40	6958,24
130	606,133	951,205	1521,62	2472,80	4070,19	6768,33	11246,82
140	749,823	1228,82	2056,40	3499,85	6036,88	10523,30	18495,35
150	924,980	1584,20	2775,09	4948,62	8948,07	16354,65	30139,53
160	1138,49	2039,12	3740,95	6992,25	13257,33	23410,55	49106,73
170	1398,77	2621,44	5038,99	9874,99	19636,09	39474,12	80002,27
180	1619,04	3366,87	6783,44	13941,38	29078,22	61314,39	130327,84
190	2102,79	4121,08	9127,85	19677,43	43054,78	95231,63	212302,89
200	2574,24	5542,56	12278,53	27763,68	63743,75	147904,14	345851,16

Tablica V. Czynniki $\frac{1^{\circ}P^n - 1}{1^{\circ}P^n \cdot 0.0p}$

lata n	2	2½	3	3½	4	4½	5
p r o c e n t							
1	0,9804	0,9756	0,9709	0,9662	0,9615	0,9569	0,9524
2	1,9416	1,9274	1,9135	1,8997	1,8861	1,8727	1,8594
3	2,8839	2,8560	2,8286	2,8016	2,7751	2,8490	2,7232
4	3,8077	3,7620	3,7171	3,6731	3,6299	3,5875	3,0459
5	4,7135	4,6458	4,5797	4,5151	4,4518	4,3900	4,3295
6	5,6014	5,5081	5,4172	5,3286	5,2421	5,1579	5,0758
7	6,4720	6,3494	6,2303	6,1146	6,0021	5,8927	5,7864
8	7,3255	7,1701	7,0198	6,8740	6,7327	6,5959	6,4632
9	8,1622	7,9709	7,7861	7,6077	7,5355	7,3688	7,1078
10	8,9826	8,7521	8,5302	8,3166	8,1109	7,9127	7,7217
11	9,7868	9,5142	9,2526	9,0016	8,7605	8,5289	8,3064
12	10,5753	10,2578	9,9540	9,6633	9,3851	9,1186	8,8633
13	11,5753	10,9832	10,6350	10,3027	9,9856	9,6829	9,3936
14	12,1062	11,6909	11,2961	10,9205	10,5631	10,2228	9,8986
15	12,8493	12,3814	11,9379	11,5174	11,1181	10,7385	10,3797
16	12,5777	13,0550	12,5611	12,0941	11,6523	11,2340	10,8378
17	14,2919	13,7122	13,1661	12,6513	12,1657	11,7072	11,2741
18	14,9930	14,3534	13,7535	13,1897	12,6593	12,1600	11,6816
19	15,6785	14,9789	14,3238	13,7008	13,1839	12,5935	12,0853
20	16,3014	15,5892	14,8779	14,2124	13,5903	13,0979	12,4622
21	17,0112	16,1845	15,4150	14,6980	14,0291	13,4047	12,8212
22	17,6580	16,7654	15,9369	15,1671	15,5511	13,7844	13,1630
23	18,2922	17,3321	16,4436	15,6204	14,8568	14,1478	13,4886
24	18,9139	17,8850	16,9355	16,0584	15,2470	14,4835	13,7986
25	19,5235	18,4244	17,4131	16,4815	15,6221	14,8232	14,0939
26	20,1210	18,9506	17,8768	16,8914	15,9828	15,1466	14,3752
27	20,7069	19,4640	18,3270	17,2854	16,3296	15,4513	14,6430
28	21,2813	19,9649	18,7641	17,6670	16,6631	15,7429	14,8981
29	21,8444	20,4535	19,1835	18,0358	16,9337	16,0219	15,1411
30	22,3965	20,9303	19,6004	18,3920	17,2920	16,2889	15,3725
31	22,9377	21,3946	20,0004	18,7382	17,5885	16,5444	15,5922
32	23,4684	21,8492	20,3888	19,0689	17,8735	16,7889	15,8024
33	23,9886	22,2919	20,7638	19,3903	18,1476	17,0229	16,0025
34	24,9986	22,7258	21,1318	19,7007	18,5112	17,2468	16,1929
35	24,9886	23,1482	21,4872	20,0007	18,6646	17,4640	16,3742
36	25,4888	23,5563	21,8323	20,2905	18,9083	17,6660	16,5469
37	25,9695	23,9573	22,1672	20,5705	19,1426	17,8622	16,7113
38	26,4406	24,3436	22,4925	20,8438	19,3670	18,0300	16,8679
39	26,9926	24,7303	22,8082	20,9841	19,5845	18,2297	17,0170
40	27,3556	25,1028	23,1148	21,3551	19,7928	18,4016	17,1591
41	27,7995	25,4631	23,4124	21,4991	10,9931	18,5661	17,2944
42	28,2348	25,8206	23,7014	21,8349	20,1856	18,7235	17,4232
43	28,6616	26,1664	23,9819	22,0627	20,3708	18,8742	17,5458
44	29,0800	26,5038	24,2543	22,2828	20,5488	19,0184	17,6628
45	29,4902	26,8330	24,5187	22,4954	20,7200	19,1563	17,7741
46	29,8923	27,1542	24,7754	22,7009	20,8847	19,2884	17,8801
47	30,2866	27,4675	25,0247	22,8993	21,0429	19,4147	17,9810
48	30,6761	27,7732	25,2667	23,0912	21,1951	19,5353	18,0772
49	31,0521	28,0714	25,5017	23,2766	21,3415	19,6513	18,1687
50	31,4236	28,3623	25,7298	23,4556	21,4822	19,7620	18,2559

Tablica V. Czynniki $\frac{1'0p^n - 1}{1'0p^n \cdot 0.0p}$

lata n	2	2 1/2	3	3 1/2	4	4 1/2	5
	p r o c e n t						
51	31,7873	28,6462	25,9512	23,6286	21,6175	19,8669	18,3390
52	32,1449	28,9231	26,1662	23,7958	21,1476	19,9693	18,4181
53	32,4950	29,1932	26,3750	23,9573	21,8727	20,0663	18,4934
54	33,8333	29,4568	26,5777	24,1135	21,9930	20,1592	18,5651
55	32,1748	29,7140	26,7744	24,2641	22,1076	20,2490	18,6235
56	33,5047	29,9649	26,9655	24,4097	22,2167	20,3330	18,6985
57	33,8281	30,2096	27,1509	24,5504	22,3267	20,4144	18,7605
58	34,1452	30,4484	27,3310	24,6864	22,4297	20,4922	18,8195
59	34,4561	30,6814	27,5058	24,8178	22,5284	20,5667	18,8758
60	34,7609	30,9087	27,6756	24,9447	22,6235	20,6380	18,9293
61	35,0591	31,1304	27,8404	25,0674	22,7149	20,7062	18,9803
62	35,3526	31,3467	28,0003	25,1859	22,8028	20,7715	19,0288
63	35,6398	31,5578	28,1557	25,3004	22,8875	20,8340	19,0751
64	35,9214	31,7637	28,3065	25,4110	22,9685	20,8938	19,1191
65	36,1975	31,9646	28,4529	25,5178	22,0467	20,9510	19,1691
66	36,4681	32,1696	28,5950	25,6211	23,1218	21,0057	19,2010
67	36,7344	32,3518	28,7330	25,7209	23,1949	21,0581	19,2391
68	37,9936	32,5383	28,8670	25,8173	23,2635	21,1082	19,2753
69	37,2486	32,7203	28,9971	25,9104	23,3302	21,1562	19,3098
70	37,4986	32,8979	29,1234	26,0004	23,3945	21,2021	19,3427
71	37,7437	33,0711	29,2460	26,0873	23,4563	21,2460	19,3740
72	37,9841	33,2401	29,4751	26,1713	23,5156	21,2881	19,4038
73	38,2197	33,4050	29,4807	26,2525	23,5727	21,3283	19,4322
74	38,4507	32,5658	29,5929	26,3309	23,6276	21,3668	19,4592
75	38,6771	33,7327	29,7018	26,4067	23,6805	21,4036	19,4850
76	38,8991	33,8758	28,8017	26,4799	23,7312	21,4389	19,5059
77	39,1168	34,0252	29,9103	26,5506	23,7800	21,4726	19,4329
78	39,3302	34,1709	30,0100	26,6090	23,8269	21,5049	19,5551
79	39,5334	34,3131	30,1068	26,6850	23,8720	21,5358	19,4763
80	39,7445	34,4518	30,2008	26,7488	23,9154	21,5653	19,5963
81	39,9456	34,5871	30,2920	26,8104	23,9571	21,5936	19,6157
82	40,1427	34,7192	30,3806	26,8700	23,9972	21,6707	19,6340
83	40,3360	34,8480	30,8066	26,9275	24,0358	21,6466	19,6514
84	40,5255	34,9736	30,5501	26,9831	24,0729	21,6714	19,6680
85	40,7113	35,0962	30,6312	27,0368	24,1085	21,6951	19,6838
86	40,8934	35,2158	30,7099	27,0887	24,1428	21,7178	19,6989
87	41,0720	35,3325	30,7863	27,1388	24,1758	21,7395	19,7132
88	41,2470	35,4463	30,8605	27,1873	24,2075	21,7603	19,7269
89	41,4187	35,5574	30,9325	27,1342	24,2380	21,7802	19,7399
90	41,5869	35,6658	31,0024	27,2793	24,2673	21,7992	19,7523
95	43,3800	36,1692	31,3227	27,4935	24,3978	21,8828	19,8059
100	43,0984	36,6141	31,5989	27,6554	24,5050	21,9499	19,8479
110	44,338	37,355	32,043	27,922	24,666	22,057	19,907
120	45,355	37,934	32,373	28,111	24,774	22,104	19,943
130	46,191	38,385	32,619	28,245	24,847	22,150	19,965
140	46,876	38,739	32,802	28,341	24,997	22,175	19,978
150	47,435	39,014	32,948	28,407	24,930	22,195	19,987
160	47,896	39,230	33,030	28,455	24,953	22,203	19,992
170	48,274	39,399	33,114	28,489	24,968	22,210	19,995
180	48,584	39,530	33,170	28,513	24,879	22,214	19,997
190	48,839	39,631	33,212	28,427	24,985	22,217	19,998
200	49,047	39,713	39,713	28,542	24,990	22,219	19,999

40, -